जी भाषेंत आहे त्याचें

षांतर

र्ज जार्विससाहेब यांनी

भाषेंत केलें

ची ही पुनरावृत्ति

मबाग येथील छापखान्यांत

पिली.

रामचंद्र ठकार.

४८ इसवी.

७७०

मपुणें

30801

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] १४

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

नुक्रमणिका.

नगणित.

लिहिण्याची परिपाटी.

मणजे विवक्षित संख्यांचे अंकांवाचू
णितकरण्याची विद्या.ही गणित-
आहे.
र्वपदार्थजातींचें संख्याचे स्थानीं
तीं जीं कामें करायाचीं आहेत. ज
कि इत्यादिक, तीं सर्वकितीएकस्व
चिन्हें करून होतात.
उदाहरणांमध्यें कितीएक पदें व्य-
सांगितलीं आहेत, त्यांस भास्क
रूप ह्मटलें आहे; आणि जीं दुस
ठाऊक किंवा सांगितलीं नाहींत,
ीजगणितांत यावत् तावत् इ-
त. इंग्रेजी रीतींत व्यक्त संख्या
वआरंभीचीं अ ब क इत्यादिक
व्यक्तसंख्या दाखवायास मूळ लि
त्यादिक अक्षरें घेतात.
रीं जीं चिन्हें आहेत त्यांस कार्य

गतात; तीं लिहितों.

वणी दाखवितें, याठिकाणीं अधिक

धन चिन्ह ह्मणावें.

बाकी दाखवितें, या ठिकाणीं उणें

ऋणचिन्ह ह्मणावें.

चिन्ह गुणाकार दाखवितें, या ठि

णतात. ज्या संख्याप्रकाशक अक्ष

वा आहे तीं अक्षरें चिन्हावांचून-

आसतां त्यांचा परस्पर गुणाका

कार दाखवितें, या ठिकाणीं भा-

ळ दाखवितें; ∛ हें चिन्ह घनमू

चतुर्घातमूळ दाखवितें; यात्र

चिन्ह नसंख्याघातमूळ दाखवि

शी अथवा प्रमाण दाखवितें.

ी दाखवितें, या ठिकाणीं बरोब

ह्मणजे असा शब्द बोलतात.

के चिन्हांचीं उदाहरणें लिहितों.

ं कीं, बचे संख्येस अन्यसंख्या

ह दाखवितें कीं, अचे संख्येंतू-

आणि ब या दोन संख्यांची
या दोनं संख्यांत लाहान कोण
विदित नाहीं.

किंवा अ०ब हें चिन्ह अ
गुणाकार दाखवितें.

हें चिन्ह दाखवितें कीं, अची

दाखवितें कीं. जसें अ प्रमा-
ण इला होतें.

हें समीकरण आहे; तें दाख
संख्यांची वजाबाकी करून त्यां
क्षच्चे बरोबर आहे.

अचें वर्गमूळ दाखवितें.
मूळ दाखवितें. √ अं अथ
तमूळ दाखवितें. $\sqrt[म]{}$ अ अ
घातमूळ दाखवितें. $\sqrt[म]{}$
म संख्या आहे तितकें अ
णि त्यामुळाच्या न संख्या घा

याचा भागाकार येईल तितकी अची
न वाढवावी, किंवा मूळ काढावें.
वर्ग दाखवितें. ह्मणजें अ·अ. अ²
तें ह्मणजे अ·अ·अ. अ³ हें अचा
अ^न हें नची संख्या आहे तितका
नें.
अथवा (अ+ब) क हें अ+ब
यानें गुणिलें असतां जो गुणाकार हो
याप्रमाणें वरती रेघ किंवा ( ) याप्र
नि कौंस हें चिन्ह वियुक्त पदें परस्पर
क असें दाखवितें.
—ब अथवा व्यवहारी अपूर्णांकरीती
भागिला अ—बनें यापासून जो
वितें.
अथवा (अब+कड)^½ हें अब+
चें वर्गमूळ दाखवितें, आणि क
अथवा क (अब+कड)^½ हें अब
दाचें वर्गमूळ क या एकपदानें गुणून
ती दाखवितें.
³ अथवा (अ+ब−क)³ हें अ+
हाचा घन दाखवितें.

ल्या ३ यांणीं गुणावी असें दाखवि
) हें अ+ब यासंयुक्तपदाचे सं-
असें दाखवितें, आणि $\frac{3}{7}$ क्ष हें तीन
असें दाखवितें.
तींच होत ज्यांचीं अक्षरें आणि वर्गा
अ आणि २अ अथवा २अब
२ अंबक आणि — ५ अंबक.
ांच होत ज्यांची अक्षरें आणि वर्गा
हेत, जसें अ आणि ब, अथवा २
२ अब आणि ३ अबक.
होय ज्यांत एकच रकम आहे.
अब, अथवा ६ अबक.
तींच होत ज्यांत दोन तीन आदि-
रस्पर संबद्ध आहेत, जसें अ+ब,
अथवा अ+ २ब— २क.
संयुक्त पदांत दोन च रकमा आहे
पद ह्मणतात, जसें अ+ब—
हेत तेव्हां त्यास त्रियुक्पद ह्मण
— २क — जेव्हां त्यांत चार र-
चतुर्युक्पद ह्मणतात, जसें
ड. पाणि याप्रमाणेंच पंचयुक्पद

गावी. आणखीही ज्यांत बहुत रक
युक्पद ह्मणताल.

युक्पदांत एक रकम ऋण आहे
द ह्मणतात. जसें अ − २ब.

तींच होय जें मिळवायाचें आहे, ज्यास
नाशक चिन्ह जोडिलें आहे, जसें + अ.
कोणतेही चिन्हावांचून असेल तेव्हां
समजावें, जसें अ ह्मणजे + अ.

तींच होय जें वजा करायाचें आहे, जसें
अब अथवा − २अ बं.

न्हें तींच होत जीं सर्व (+) धन किं
आहेत.

न्हें तीच होत ज्यांत कितीएक (+)
(−) ऋण अशीं आहेत.

पदाचा वेळाप्रकाशक तोच होय
गे लिहिला आहे, जसें २ अ ब
काशक आहे.

जे कोणतेंहीपद, जसें अ, त्याचें
अं, अं, याप्रमाणें पुढेंही.

ाक अथवा घातमूलप्रकाशक तो
पदाचें वर्गादिक अथवा वर्गमूळ

२ हा अंक वर्गप्रकाशक, जसें
काशक, जसें $अ^{३}$; आणि $\frac{१}{२}$ हा
$अ^{\frac{१}{२}}$ अथवा $\sqrt{अ}$; आणि $\frac{१}{३}$ हा
$अ^{\frac{१}{३}}$ अथवा $\sqrt[३]{अ}$.
तेंच होय ज्यास मूळप्रकाशक
अथवा २ अब.
थवा करणी तीच होय ज्याचें
पूर्णांकातच येत नाहीं, जसें
यांचें वर्गमूळ केवळ पूर्णांकात
मूळप्रकाशक ($\sqrt{}$) जोडिला
थवा $\sqrt{अ}$ अथवा $\sqrt[३]{अ}$ किंवा
त, जसें $२^{\frac{१}{२}}$, $अ^{\frac{१}{३}}$, $अ^{\frac{२}{३}}$.
ाचा व्युत्क्रम तीच होय जें
वा त्यापदानें भागिलेला, जसें
त्क्रम हा होय $\frac{१}{अ}$, आणि $\frac{अ}{ब}$ या

कपदाचे संख्यानिवेदनार्थ का
ळ त्याक्रमानें लिहावीं, जसें अ
या प्रमाणें लिहितां येतो. अ
अ, ब, क, यांचा गुणाकार
ा ब क, अथवा अकब, अ

अथवा बकअ, अथवा कअ
यांत कोणताही प्रथम गुणिला
णाकार बरोबरच येतो.
संयुक्त पदाच्या वेगळाल्या रकमा
छस येईल तशा क्रमानें लिहाव्या,
अर्थ बराबरच आहे. जसें ३अ
बक हें असेही लिहितां येता
क — २अब, अथवा याप्रमा
अ — २अब, किंवा याप्रमाणें
अबक + ३ अ इत्यादि. ह्मण-
आणि ३अ यांचे बेरजेंतून २
बाकी राहती तिचे बराबर दाख
रून धन रकम आरंभीं लिहिता

याच्या समजावयाकरितां किती

ळाल्या चिन्हांचे संयुक्तपदांपा-
ी.
पुढील उदाहरणांत अ = ६,
, ई = ०

९

हरणें.

अब—क² याची संख्या

उत्तर, ३६+९०—१६=११०

अ²ब+क² याची संख्या का

त्तर, ४३२—५४०+६४=—४४

ब—२अबक याची सं-

त्तर, ३६×११—२४०=१५६

क² याची संख्या काय होती?

त्तर, २१६/८ + १६ = १२+१६/२ = २८/२

क² अथवा २अक+क²

उत्तर, √६४=८

बक / क+क² याची संख्या काय हो

उत्तर, २+४०/८=७

याची संख्या काय होती?

त्तर, ३६/१२ = ३ = ३५/५ = ७

+√२अक+क² याची सं

उत्तर, $१+८=९$

$-अक+\sqrt{२अक+क^{२}}$ याची

?

उत्तर, $\sqrt{२५-२४+८}=३$

ब + क − ड याची संख्या काय

उत्तर, १८२

अब − १० ब^{२} + क याची सं

तर, $२७०-२५०+४=२०+४=२४$

× ड याची संख्या काय होती?

उत्तर, ४५

× $\frac{ब}{ड}$ याची संख्या काय होती?

उत्तर, $१२\frac{३}{४}$

ब − $\frac{अ-ब}{ड}$ याची संख्या काय

उत्तर, $१\frac{३}{४}$

+ ई याची संख्या काय होती?

उत्तर, ४५

× ई याची संख्या काय होती?

उत्तर, ०

ड–ई याची संख्या काय

उत्तर, १

–क–ड याची संख्या

उत्तर, ८

– ब – क – ड याची संख्या

उत्तर, ६

डे याची संख्या काय होती?

उत्तर, १४५

ड — ड याची संख्या काय

उत्तर, २२

बे ई + ड याची संख्या का

उत्तर, १

$\frac{\text{अ} + \text{ब}}{\text{क} - \text{ह}}$ याची संख्या का

उत्तर, १८ $\frac{१}{३}$

बे – $\sqrt{\text{अ}^२ - \text{बे}}$ याची संख्या

उत्तर, ४·४१३६२४१

अ के + ∛(अ² − ब²) याची सं

उत्तर, २९२·४९७९४२

अ² − २ अ √(अ² − ⅔ अ ब) या

उत्तर, ७२

ळवणी

मिळवणी तीच होय जें वेग
चिह्नांनी जोडून लिहिणें. जेव्हां
तेव्हां तीं एकत्र मिळवून त्यांची
३ अ + २ ब − २ अ यांची

मिळवणीचे रीतीचे प्रकार ती·

प आणि त्यांचीं चिह्नें ही सरू

आहेत, परंतु त्यांचीं चिन्हें

आहेत. त्यांचीं कामें पुढें

प्रकार

सरूप आहेत आणि त्यांचीं

आहेत त्यांची जाति लक्ष्यांत आणिली
या प्रकारांचीं कारणें स्वल्पांत समजांत
पदें आहेत ३ अ आणि ५ अ. आतां ये
तीच वस्तु दुसर्‍हे रकमेंतीलही अनि
तू, पुनः ५ वेळां एकूण ८ वेळां, परंतु
या निबदितो तर ३ अ २ रुपये आ-
जे ८ रुपये जाली. याप्रमाणें -२ अव
तू -२ आणि तीच वस्तू -७ हे दोनी-

त्र सरूप आणि चिन्हें विरूप. याप्र
मजांत येईल, कीं मिळवणी ह्मणजे
ीनें एकत्र मिळवावीं, जशी त्यांचीं
ात. ह्मणजे मिळवणी आणि वजा

ाजकरितां असें आल्यास एकाचा
ला पाहिजे, असा कीं त्या पदांची ए

रीति.

ाशक मिळवून त्यांची बेरीज लिहावी,
दांचें अक्षर पुढें लिहावें, आणि प्रकाश
ा – ऋण असेल तें आदी जोडावें.

ाणि ५अ या दोहोंची बेरीज ८अ होती.
नाणि – ७ अब यांची बेरीज – ९ अब हो

ब आणि ७ अ + २ ब यांची बेरीज १२

कारांत जेव्हां सर्वपदें विरूप आहेत तेव्हां स्पष्ट दि
रकमेंत कदापि येणार नाहींत ह्मणोन त्यांची बेरीज
चे चिह्नांनीं जोडिल्यावांचून दुसऱ्या रीतीनें कदापि
रुपया निवेदितो आणि ब एक पैसा तर अ आणि ब
होणार नाहीं. ह्मणजे २ रुपये किंवा २ पैसे नाहीं
किं एकरुपया अधिक, एक पैसा.

णी हा शब्द चांगले प्रकारें लागत नाहीं. एथें जित
तेतका पूर्ण अर्थ या शब्दा पासून मिळत नाहीं. तें का
पदें एकत्र मिळतील तर मिळवावीं, न मिळतील तर
अनुक्रमें लिहावीं. जेव्हां वेगळाल्या पदांत कित्ये
क – ऋण आहेत. तर त्यांत सरूप पदें असती
करितां येतील.

मिळवणी पाहाणें कोठें अनेक रकमांची एकरक
करणें, असें परम आश्चर्य दिसतें, परंतु मिळ
करण किंवा बाकी असा येथें मनांत आणि त्या
हीं असें दिसेल.

…करितां दुसरीं उदाहरणें

… बक्ष	बक्षय
…५ बक्ष	२बक्षय
…४ बक्ष	५बक्षय
… बक्ष	बक्षय
…७ बक्ष	३ बक्षय
बक्ष	६ बक्षय
…२२बक्ष	१८ बक्षय
…५ क्षय	२अक्ष-४य
…+ क्षय	४अक्ष- य
…४ क्षय	अक्ष-१य
…२क्षय	५अक्ष-५य
…+१ क्षय	७अक्ष-२य
…+१५क्षय	१९ अक्ष-१५य
… १२ यै	४अ- ४ब
… ७ यै	५अ- ५ब
… २ यै	६अ- ब
… ४ यै	३अ- २ब
… यै	२अ- ७ब
… १ यै	८अ- ब
…-२९यै	२८ अ-२०ब

५ क्षय-३क्ष+४ अब

८ क्षय-४क्ष+३ अब

३ क्षय-५क्ष+५ अब

क्षय-२क्ष+ अब

४ क्षय- क्ष+ ७अब

२१क्षय-१५क्ष+२०अब

दुसरा प्रकार.

ीं पदें सरूप आहेत परंतु त्यांचीं चि

रीति

ाकांची बेरीज घ्यावी आणि ऋण वे
न घ्यावी, नंतर या दोन बेरजांत जी अ
उणी बेरीज वजा करून बाकी राही
धिक बेरजेचें प्रकाशक चिह्नजें असे
त्याचे पुढें या बाकी सरूप पदाचें अ

ाणि -३अ यांची बेरीज +२अ जाली.
+ ३अ यांची बेरीज -२अ जाली.

जाव याकरितां दुसरीं उदाहरणें.

२ अ क्षे	+ ८ क्षे - ३ य
४ अ क्षे	- ५ क्षे + ४ य
८ अ क्षे	- १६ क्षे + ५ य
६ अ क्षे	+ ३ क्षे - ७ य
५ अ क्षे	+ २ क्षे - २ य
२ अ क्षे	- ८ क्षे - ३ य

बे ये	+४ अब +४
बे ये	−४ अब +१२
बे ये	+७ अब −१४
बे ये	+ अब +२
बे ये	−५ अब −१०
बे ये³	+३ अब −६
√ अक्ष	+३ य+४अक्ष²
√ अक्ष	− य−५अक्ष²
√ अक्ष	+४य+२अक्ष²
√ अक्ष	−२य+६अक्ष²
√अक्ष	+८ य+७√अक्ष

राप्रकार.

विरूप आहेत तंव्हा.

ति.

न प्रकारं प्रमाणें सरूपपदें
ाणि जीं विरूप असतील तीं त्यां
वर्तमान एकापुढें एक जोडून

हरणें

−१२ क्ष²	४ अक्ष−१३०+३ क्ष^(१/२)
−३ क्षय	५ क्ष² +३अक्ष+९क्ष
−२ क्षय	७ क्षय−४ क्ष³+९०
+४ क्ष²	√ क्ष+४०−६ क्ष²
−८ क्ष²	१७ अक्ष+८क्ष+७क्षय

१४ अक्ष−२ क्षे	९−१० √ अक्ष−५ य
५ अक्ष+३ क्षय	२ क्ष+७ √ क्षय+५ य
८ ये−४ अक्ष	५ य+३ √ अक्ष−४ य
३ क्षे+२६	१०−४ √ अक्ष+४ य

४ √ क्ष−३ य	३ अें+९+क्ष−४
२ √ क्षय+१४ क्ष	२ अ−८+२ अें−३ क्ष
३ क्ष+२ य	४ क्षें−२ अें+१८−७
−९−३ क्षय	−१२−अ−३ क्षे−२ य

णखीउदाहरणें.

ब आणि २ अ−५ ब यांची बेरीज का
अ−॰ ब.

−८ क्ष आणि २ अ−४ क्ष यांची बेरी
८ अ−१२ क्ष

−५ ब+अ+८ आणि −५ अ−४ क्ष
न काय होईल? उ. २ क्ष− ब−४ अ+५

ब−२ क−१० आणि ३ ब−४ अ+५ क
यांची बेरीज काय होईल? उ. ५ अ+११ [illegible]

ब आणि अ−ब यांची बेरीज काय
अ+२ ब

–१० आणि क-ड-अ आणि
यांची बेरीज काय होईल? उत्तर०+
अ-२ब-१७-३क-ड
- क आणि २अब-१ अ+
काय होईल? उत्तर०
+२अब+बक-क.
क-बं आणि अबं-अबक
ईल?
+ २बक + अबं - अब

ब+१०क्ष-६,ड-७ क+५० आ-
ब+६,ड-१० यांची बेरीज का-
अ - ४ब + १२

जा बाकी.

पदापासून कांहींही वजा कराया
के ओळींत लिहावें, नंतर जें पद
तसेंच त्यांच खालीं लिहावें, असे
खालीं एक अशीं येतील.
ओळींतील चिन्हें +धन आणि -ऋ,

दल करून लिहावीं, अथवा बदल के
माणावें. नंतर मिळवणीचे रीतीनें तीं
रावीं.*

उदाहरणें.

९ क्षै-४य+८	८क्षय-३+६क्ष-य
६क्षै+५य-४	४क्षय-७-६क्ष-४य
३ क्षै-९य+१२	४क्षय+४+१२क्ष+३य
४ यै-३य-४	-२०-६क्ष-५क्षय
२ यै+२य+४	३क्षय-९क्ष+८-२अय
२ यै-५य-८	-२८+३क्ष-८क्षय+२अय
५√क्षय+२क्ष√क्षय	७क्षै+२√क्ष-१८+३ब
७√क्षय+३-२क्षय	९क्षै-१२+५ब+क्षै

ाश्चय हाच आहे कीं मिळवणी आणि वजाबाकी याची
पर विरुद्ध आहेत, हें त्यांचीं चिन्हें दाखवितात.+ आणि
रे धनपदांशीं मिळवितां असें कार्य होतें, कीं धनपदांतू
नपद वजा केलें, आतां वजाबाकी मिळवणीशीं विरुद्ध
द कोणत्याही दुसऱ्या धनपदांतून वजा करणें हें त्याचे
द धनपदास मिळविलें, या रीतीनें एक ऋणपद मिळवि
कीं एक धनपद मिळविलें. याप्रमाणें कोणत्याही पदां
ह्मणजे + धन ठिकाणीं - ऋण आणि - ऋण ठिकाणीं
त्यापदांची जातिही बदल होती, ह्मणजे पूर्वीं वजा
मिळवणीचें रूप जालें.

(अ+ब) ३ क्षये+२० अ √(क्षय+१०)

(अ+ब) ४क्षेये+१२अ √(क्षय+१०)

+२(अ+ब) ३क्षये−४क्षेये+८अ √(क्ष...

बीउदाहरणे.

त अ−ब हे वजाकर. उ० ब+२

यांतून ब+अ हे वजाकर. उ० ३अ+३ ब

यांतून ३अ+५ब हे वजाकर. उ० +अ−९ब

यांतून ४अ−३ क्ष हे वजाकर. उ० +४अ−९क्ष

अ−२ ब+५ यांतून ८−५

ाकर. उ० −३क्ष−५अ+३ब−३

+क−ड−१० यांतून क+२अ

अ+ब−१०

+क−ड−१० यांतून ब

उ० +क−ड

ब−४ क+बक−ब यांतून

र, २अब−३ अे−३ क+...

क+अबे− अबक यांतून बे

ाकर अे−बे+बेक उत्तर

. अ−४ ब+१० यांतून ४ ब

जाकर. उ० +८क्ष+९अ−८द, ...

९उ =

२क्ष−३ अ+४ ब+६क−५० यांतून
−६क−४० हे वजाकर. उ०−क्ष−१२अ
अ−४ ब−१२क+१२क्ष यांतून २क्ष−८
वजा कर. हेउत्त १४अ−८ब−७क

गुणाकार.

गुण्य आणि गुणक यांचीं पदें ए
युक्त, याजवरून त्याचे अनेक प्रकार

प्रथम प्रकार.

आणि गुणक हीं दोनही पदें एका

रीति.

णि गुणक यांचे वेळा प्रकाशक परस्पर
र दोन रकमांचीं जीं अक्षरें आहेत तीं सर्व
रा पुढें लिहावीं, ह्मणजे हें सर्व मिळून

णि गुणक यांचीं चिन्हें सरूप अस-
(+) धन होतो. आणि तीं विरूप अ

ऋण होतो.*

हरणें.

७ अ	−६क्ष	हेगुण्य.
४ क	−४अ	हेगुणक.
२८अक	२४अक्ष	हागुणाकार.

ल लिहिल्यावरून समजांत येतो.
णायाचा आहे, यांतील अर्थ हाकीं,
क्यावेळां + अ घेतला पाहिजे. आतां
न होती. यांतून निघतें कीं + अ × + क

रस्पर गुणायाचीं आहेत तर कोणते
र बरोबर येईल. ह्मणजे अ × कआ
ाजकरितां जेव्हां − अ हा + क याणें
गुणायाचा आहे, यांत अर्थ हा आहे
तितक्या वेळां − अ घेतला पाहिजे.
बेरीज ऋण होते यांतून निघतें कीं
ही गुणाकार − अक होतात.
र गुणायाचे आहेत, एथें जी संख्या
वजा केला पाहिजे, परंतु ऋण व
ीवरील टीपीप्रमाणें धनाचे मिळ
अक.
करितां (अ − अ) × − क हें ही = ०
त्यास गुणाकार ० शून्य होईल. आ
− अ क हें दुसरे प्रकारा प्रमाणें
दुसरी रकम − अ × − क = निश्च
ीज ० शून्या बरोबर होईल, यास्त
िघतें कीं − अ × − क = + अ क

...क्ष	$-२क्ष^{२}य$	$-४क्षय$
...त	$३क्षय^{२}$	$-क्षय$
...$अक्ष^{२}$	$-६क्ष^{२}य^{२}$	$४क्ष^{२}य^{२}$
...क्ष	$३क्षय$	$-५क्षयज्ञ$
...क	-४	$-५अक्ष$

दुसराप्रकार.

...आणि गुणक यांत एक संयुक्तपद

रीति.

...ची एक एक रकम वेगळाली एक पदा
... गुणावी, गुणाकार येईल तो एकापुढें ए
...ाने युक्त करून अनुक्रमानें लिहावा. ह्म
...ुणाकार झाला.

उदाहरणें.

$३अक-४ब$	$२अ^{२}-३क+५$
$३अ$	$बक$
$९अ^{२}क-१२अब$	$२अ^{२}बक-३बक^{२}+५बक$
$२५क-७ब$	$४क्ष-ब+२अब$
$-२अ$	$२अब$
$१०क्ष^{२}-२य^{२}$	$३अ^{२}-२क्ष^{२}-६ब$
$-४क्ष^{२}$	$२अक्ष^{२}$

ाप्रकार.

ुणक हीं दोनही संयुक्तपदें

ति.

ाल्या रकमा गुणकाचे सर्व वे
कमें गुणाव्या, अशाकीं गुण्या
ाकानें गुणिली जाईल. गुणां
ुक अथवा एकापुढें एक अ-
जीं सरूपपदें असतील तीं
सर्व मिळून गुणाकार जाला.

हरणें.

ा	२क्ष^{२}+क्षय−२य^{२}
ा	३क्ष−३य
्षय	६क्ष^{३}+३क्ष^{२}य−६क्षय^{२}
क्षय−१०य^{२}	−६क्ष^{२}य−३क्षय^{२}+६य^{३}
य−१०य^{२}	६क्ष^{३}−३क्ष^{२}य−९क्षय^{२}+६य^{३}

य	अ^{२}+अब+ब^{२}
य	अ−ब
क्षय	अ^{३}+अ^{२}ब+अब^{२}
क्ष^{२}य+य^{२}	−अ^{२}ब−अब^{२}−ब^{३}
२क्ष^{२}य+य^{२}	अ^{३} * * −ब^{३}

पदांस परस्पर गुणितात तेव्हां गुणा
कडून करावा ह्मणजे अंकगणित गु
आणि गुणाकार लिहिते समयीं पूर्व
सोडून दुसरे ओळीचा आरंभ करा
ओळीस एक एक स्थान सोडून. अ
सस्वरूप रकमा एकाखालीं एक येऊन
भ्रम पडणार नाहीं.
संयुक्त पदांचा गुणाकार असा लिहि
सांखळींत लिहून मध्यें गुणाकाराचें
.
ब) × (अ - ब) × २ अ ब. अथवा
अ-ब·३ अब.

उदाहरणें.

क यांस २ अ यांनीं गुण.

गुणाकार, २० अ क.

-२ ब यांस २ ब यांनीं गुण.

गुणाकार, ९ अं ब - ६ बं

+२ ब यांस ३ अ - २ ब यांनीं गुण.

गुणाकार, ९ अं - ४ बं

क्षयं + यं यांस क्ष + य यानीं गुण

+ अब+ बै यांस अ-ब

गुणाकार, अ³-ब³

-बै यांस अ²- अब+बै यां

+५ यांस क्षे+२ क्षय-६यां

क्ष+५ क्षेयांस २अ²-४अ

ये+३ ये यांस २क्ष²-३ क्षये

ब+बै यांस अ-२ब यांनी

भागाकार.

त भागाकार अंक गणिताप्रमाणेंच
ठा आहे, आणि अंकगणिता प्रमाणें
वेकडे भागीत जावें. भाज्य निःशेष
र वर सांगितल्या रीतीनें भागून भा
सें न होईल तर व्यवहारी अपूर्णांकरी
हून खालीं भाजक लिहावा. त्यांत ही
करावा आणि लिहावा. त्याचे प्रकार

प्रथमप्रकार.

आणि भाजक हे दोन ही एकाकी

प्रमाणें भाजक भाज्याचे मागें अथवा
रीतीनें भाज्याचे खालीं अशा तऱ्हेनें
व्या, नंतर भाज्यभाजकांचा होईल ते
त्याची रीति ही आहे कीं, या दोन रक-
अक्षरें असतील तीं दोन ही रकमांतू
भाजक वेळाप्रकाशकानें भाज्य वेळा
अथवा व्यवहारीअपूर्णांकरीतीनें त्या

९

ून संक्षेप करावा.

क यांचीं चिन्हें सरूप असल्या

ो आणि तीं विरूप असल्या

ोतो.*

हरणें.

३ अ यांनीं भाग.

थवा ३ अ) ६अब (अथवा

ागाकार हे परस्पर गुणिले असता

दोनही (+) धन आहेत तेव्हां भागा
ल.कारण, धन भाजक धन भागाकारा
धन होतो.
क हे दोन ही (−) ऋण आहेत तेव्हांही
ऋण भाजक × ऋण भागाकारानें तर

यांत एक धन आणि एक ऋण असें
ऋण होईल. कारण, धन भाजक ×
(−) ऋण होतो. अथवा ऋण भाज
भाज्य (−) ऋण होतो.
तकांचीं सरूपचिन्हें भागाकारास (+)
तकांचीं विरूप चिन्हें भागाकारास (−)
.

–क–$\frac{क}{क}$–१ आणि अबक्ष ÷ बक्ष

…र्थ यांस ८ क्ष यांनीं भाग.

भागाकार, २ क्ष

…अक्ष² यांस –२ अक्ष यांनीं भाग.

भागाकार, –४ क्ष

…अय² यांस ३ अय यांनी भाग.

भागाकार, –५ य

… अक्ष²य यांस –८ अक्षज्ञ यां

भागाकार, $\frac{९ क्षय}{४ ज्ञ}$

…दुसराप्रकार.

…युक्तपद आहे आणि भाजक एका

रीति

…र्ध रकमा पूर्वरीती प्रमाणें भाजकानें

उदाहरणें.

…अब+ब²) ÷ २ब, अथवा $\frac{अब+ब^2}{२ब}$

….

११

+१५अक्ष) ÷ ५अ, अथवा

−४८क्ष) ÷ क्ष, अथवा

भागाकार. ३०अ − ४८

अक्ष + अ यांस २अ यांनीं

क्ष + ½ हेउत्तर

६क्ष + ६अ यांस ३क्ष यांनीं

+२ अ उ० १
क्ष

+१२अबक्ष − ९अब यां

२क + ४क्ष − ३अ

−१५क्ष² − २५क्ष यांस ५क्ष यां

२अ − ३क्ष − ५

−१५अकक्ष + ५अड² यां

२३अब + ३क्ष + ड/क

अय − १०य यांस २१अ यां

र $\frac{उ^2}{उ}$+$\frac{य}{उ}$-$\frac{६य^2}{७अ}$

२० डब+६०अब यांस-६अब यां

र $\frac{-२०उ ब^2 - ७० ब^2}{-६अब}$

तिसराप्रकार.

आणि भाजक हे दोनही संयुक्तपदेंच

रीति.

गतरीतीनें भाज्य भाजक लिहावे, ह्य
लिहावा, नंतर भाज्य लिहावा. आतां
वांकडी रेघ करावी, आणि दोहोंत
ल तीं मोठे घाता पासून उतरतीं लि

पहिलेंपद भाजकाचे पहिले पदानें
णें भागावें, आणि भागाकार येईल तो
हावा.
रानें सर्व भाजक पदें गुणून तो गु

रावा.
रचे भाज्यांतून पद खालीं घे
ावें. याप्रमाणें भाज्याचे प्रतिप
करावें; जसें अंकगणितां-

ज्यांतून बरोबर जात नाहीं
ीकरीतीनें लिहावें; जशी
हेतात.

हरणें.

+४अके-कें(अं-३ अक

क+४अकें
क+३अकें
+ अकें-कें
+ अकें-कें
* *

+बं(अ-ब भागाकार.

+बं
+बं
*

अ^3−६अ^2+१२अ−८(अ^2−४अ+४

अ^3−२अ^2

※−४अ^2+१२अ

−४अ^2+८अ

※+४अ−८

+४अ−८

※ ※

न^3+झ^3(अ^2−अझ+झ^2 भागाकार.

न^3+अ^{2}झ

※−अ^{2}झ+झ^3

−अ^{2}झ−अझ^2

※ +अझ^2+झ^3

+अझ^2+झ^3

※ ※

अ^2+४अक्ष+४क्ष^2(अ+२क्ष भागाकार.

अ^2+२अक्ष

※+२अक्ष+४क्ष^2

+२अक्ष+४क्ष^2

※ ※

$…^{३}$-अ^{२}क्ष + अक्ष^{२} - क्ष^{३} - $\frac{२क्ष^{३}}{अ+क्ष}$

…३क्ष^{३}

…-अ^{२}क्ष^{२}

…अ^{२}क्ष^{२}-३क्ष^{३}

…अ^{२}क्ष^{२}+अक्ष^{३}

* -अक्ष^{३}-३क्ष^{४}

-अक्ष^{३}-क्ष^{४}

* -२क्ष^{४}

…दाहरणें.

…+४क्ष^{२} यांस अ+२क्ष यां

उत्तर, अ+२क्ष

…+२अ^{२}ज्ञ^{२}-ज्ञ^{४} यांस अ-ज्ञ

उत्तर, अ^{३}-२अज्ञ+ज्ञ^{३}

…अ यांनीं भाग.

…त्तर, १-अ+अ^{२}-अ^{३} इत्यादिअनंत.

…यांस ३क्ष -६, यांनीं भाग.

…त्तर, ४क्ष^{३}+८क्ष^{२}+१६क्ष+३२

–५अब+१० अबै–१०अबै+५अ
–२अब+ बै यांनी भाग.

उत्तर, अ–३अब+३अबै–बै

ज्ञै –१६अज्ञै–६४अज्ञ+१५०
अ यांनी भाग.

५०.२४ज्ञै–१२अज्ञ–५०अँ

–२बँक्षै+२बक्षै– क्षै यांस बै
नै– क्षै यांनीं भाग.

– क्षै यांस अ – क्ष यांनीं भाग.

–५अँक्ष+५ अक्षै+ क्षै यांस अ

५०.अँ+४अक्ष+क्षै

+४ अबै–३२बै यांस अ+२ब

अँ+२अँब–३२बँ अनंत

४ अँ– बँ यांस ३अ–२ब यांनीं

ीजगणित.

त नामें आणि रीति अपूर्णा
ा, हें पुढें सांगतों या प्रकाराव

प्रकार.

ास विषमअपूर्णबीजाचें रू

ति.

ाचे छेदांनीं गुणून त्या गुणा
वा मिळवणीचे चिन्हांनींजो
ीं छेद लिहावे ह्मणजे विषम

रणें.

अ $-\frac{ब}{क्ष}$ या दोहोंस विषम

$\frac{\ldots+५}{९} = \frac{१९}{९}$ हें उत्तर.

$= \frac{अक्ष-ब}{क्ष}$ हें उत्तर.

…+ $\frac{\text{अ}^{२}}{\text{ब}}$ आणि अ− $\frac{\text{ब}^{२}-\text{अ}^{२}}{\text{अ}}$ या दोहोंस
…जाचें रूप दे.

… = $\frac{\text{अ}\times\text{ब}+\text{अ}^{२}}{\text{ब}}$ = $\frac{\text{अब}+\text{अ}^{२}}{\text{ब}}$ हें उत्तर.

… $\frac{\text{अ}^{२}}{…}$ = $\frac{\text{अ}^{२}-\text{ब}^{२}+\text{अ}^{२}}{\text{अ}}$ = $\frac{\text{अ}^{२}-\text{ब}^{२}}{\text{अ}}$ हें उत्तर.

… $\frac{३}{६}$ यांस विषम अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{३६}{६}$

…− $\frac{\text{३अ}}{\text{क्ष}}$ यांस विषम अपूर्ण बीजाचें रू-

उत्तर, $\frac{\text{क्ष}-\text{३अ}}{\text{क्ष}}$

…अ− $\frac{\text{३अक्ष}+\text{अ}^{२}}{\text{४क्ष}}$ यांस विषम अपूर्ण बी

उत्तर, $\frac{\text{५अक्ष}+\text{अ}^{२}}{\text{४क्ष}}$

…२+ $\frac{\text{४क्ष}-१८}{\text{५क्ष}}$ यांस विषम अपूर्ण बीजा

उत्तर, $\frac{\text{६४क्ष}-१८}{\text{५क्ष}}$

…+ $\frac{१-\text{३अ}-\text{क}}{\text{क}}$ यांस विषम अपूर्ण बी

उत्तर, $\frac{\text{कक्ष}+१-\text{३अ}-\text{क}}{\text{क}}$

…+ २क्ष− $\frac{\text{२क्ष}^{२}+\text{३अ}}{\text{५अ}}$ यांस विषम अपू

…

उत्तर, $\frac{\text{२२अ}+\text{१०अक्ष}-\text{२क्ष}^{२}}{\text{५अ}}$

ाप्रकार.

ा पूर्णबीजरूप अथवा भागानु
ा.

ोति.

करितां अंशांस छेदांनीं भागा
ली तरती भागाकाराचे बाजू
लिहावे.

ाहरणें.

$\frac{\text{अब}+\text{अ}}{\text{ब}}$ यांस पूर्णबीजरूप
बीजरूप दे.

$=१६\div३=५\frac{१}{३}$ हेंउत्तर.

$\overline{\text{अब}+\text{अ}}\div\text{ब}=\text{अ}+\frac{\text{अ}}{\text{ब}}$ हेंउत्तर.

आणि $\frac{३\text{अक्ष}+४\text{क्ष}}{\text{अ}+\text{क्ष}}$ यांस पूर्णबी
धपूर्णबीजरूप दे.

$\overline{\text{क}-३\text{अ}}\div\text{क}=२\text{अ}-\frac{३\text{अ}}{\text{क}}$

$\text{क्ष}+४\text{क्ष}\div\text{अ}+\text{क्ष}=२\text{क्ष}+$

आणि $\frac{२अक्ष-३क्ष^२}{अ}$ यांस पूर्णबीजरूप
धपूर्णबीजरूप दे.

उत्तर, ६ $\frac{}{}$ आणि २क्ष $-\frac{३क्ष^२}{अ}$

$\frac{...क्ष}{अ}$ आणि $\frac{२अ^२+२ब^२}{अ-ब}$ यांस पूर्णबीजरू
बंधपूर्णबीजरूप दे.

उत्तर, २ अक्ष आणि २अ+२ ब+$\frac{४ब^२}{अ-ब}$

$\frac{...-२य^२}{...+य}$ आणि $\frac{२क्ष^२-२य^२}{क्ष-य}$ यांस पूर्णबीजरू
बंध पूर्णबीजरूप दे.

$-\frac{य}{...}$ आणि ७क्ष-३य+$\frac{य^२}{क्ष-य}$

$\frac{...-४अ+६}{५अ}$ यांस पूर्णबीजरूप अथवा
जरूप दे.

$\frac{...+५अ^२}{...+२अ^२-२अ-४}$ यांस पूर्णबीजरूप अ
र्णबीजरूप दे.

तिसराप्रकार.

स समछेद करायाचा.

ति.

णि त्याचे छेदांवांचून सर्वपदां
रितां परस्पर गुणावे, आणि
छेद परस्पर गुणावे.
याहि एका अंकानें अथवा बी
ते भागून संक्षेप करावा, नंत
ग या प्रकर्णी अपूर्णांकगणि
आहेत त्यासर्व मनांत धरू

हरणें.

यांस समछेद रूप दे.
$\frac{ब}{ज्ञ}$ = $\frac{अज्ञ}{क्षज्ञ}$ आणि $\frac{बक्ष}{क्षज्ञ}$ हें उत्तर.

यांस समछेद रूप दे.
आणि $\frac{ब}{क}$ = $\frac{अबक}{क्षबक}$, $\frac{क्ष^{2}क}{क्षबक}$ आ

यांस समछेद रूप दे.
त्तर, $\frac{४अक}{२कक्ष}$ आणि $\frac{३बक्ष}{२कक्ष}$

$\frac{\text{अ}}{\text{ब}}$ आणि $\frac{\text{३अ}+\text{२ब}}{\text{२क}}$ यांस समछेद रूप दे

उत्तर, $\frac{\text{४अक}}{\text{२बक}}$ आणि $\frac{\text{३अब}+\text{२ब}^{२}}{\text{२बक}}$

$\frac{\text{३ब}}{\text{२क}}$ आणि ४ड यांस समछेद रूप दे.

उत्तर, $\frac{\text{१०अक}}{\text{६कक्ष}}$ $\frac{\text{९बक्ष}}{\text{६कक्ष}}$ आणि $\frac{\text{२४कडक्ष}}{\text{६कक्ष}}$

$\frac{\text{२}}{\text{६}}$ $\frac{\text{३अ}}{\text{५}}$ आणि २ब + $\frac{\text{३अ}}{\text{ब}}$ यांस सम

उत्तर, $\frac{\text{२०ब}}{\text{२५ब}}$ $\frac{\text{१८अब}}{\text{२५ब}}$ आणि $\frac{\text{५०ब}^{२}+\text{७२अ}}{\text{२५ब}}$

$\frac{\text{३अ}^{२}}{\text{४}}$ आणि $\frac{\text{अ}^{२}+\text{ब}^{२}}{\text{अ}+\text{ब}}$ यांस समछेद रू

+६ब ९अ³+९अ²ब २४अ²+१२ब²

अ²+१२ब १२अ+१२ब १२अ+१२ब

$\frac{\text{ब}}{\text{अ}^{२}}$ $\frac{\text{२क}}{\text{३अ}}$ आणि $\frac{\text{ड}}{\text{२अ}}$ यांस समछेद रूप दे.

१८अ²ब १६अ²क १२अ²ड

२७अ³ २७अ³ २७अ³

चौथा प्रकार.

नाचे पंदाचा दृढ भाजक काढायाचा.

ते.

तें भागावें, बाकी राहील तो भा
न भागावें. याप्रमाणें बाकी ०पू
टील भाजक दृढ भाजक हो

ध्यें जीं अक्षरें आणि अंक
स्पर भागून रद्द करावीं, नंत

रणें.

चा दृढ भाजक काढ.
+बे) अकें + बकें
+ब) अकें + बकें (कें
अकें + बकें
* *

दृढ भाजक आहे, हें उत्तर.

यांचा दृढ भाजक काढ.
बे (अ
बे+अबे
बे-२अबे) अ+२अब+बे

$अ+ब)\ अ^{२}+२अब+ब^{२}\ (अ+ब$

$अ^{२}+अब$

$*\quad अब+ब^{२}$

$अब+ब^{२}$

$*\quad *$

हा दृढ भाजक आहे, हें उत्तर.

$\frac{\ldots ^{४}}{\ldots +२ब}$ यांचा दृढ भाजक काढ.

उत्तर, $अ-२$

$\frac{\ldots अ^{२}ब^{२}}{\ldots -ब^{२}}$ यांचा दृढ भाजक काढ.

उत्तर, $अ^{२}-ब^{२}$

$\frac{\ldots +२अ^{२}क्ष+२अक्ष^{२}+क्ष^{३}}{\ldots +१०अ^{२}क्ष+५अ^{२}क्ष^{२}}$ यांचा दृढ भाज

उत्तर अ+क्ष

…ांचवा प्रकार.

…ीजाचा संक्षेप करावयाचा.

ति.

पदांचा दृढभाजक काढूनत्या
कार येईल तो संक्षेप जाला.

हरणें.

यांचा संक्षेपकर.

ब+ब^{२}) अक^{२}+बक^{२}

अ+ब) अक^{२}+बक^{२}(क^{२}

अक^{२}+बक^{२}

※ ※

क आहे, याजकरितां

, हासंक्षेपजाला, हें उत्तर.

, याचा संक्षेपकर.

के(क

के+बेक

के−२बेक

क+ब) क^{२}+२बक+ब(क+ब

क^{२}+बक

※−बक+ब^{२}

※ ※

हा दृढ भाजक आहे, याजकरितां

...ब२क / ...(बक+ब२) — क२-बक / क-ब हा संक्षेप जाला

...याचा संक्षेपकर.

उत्तर, क२+बक+ब२ / क२+बक

... याचा सक्षेपकर.

उत्तर, १ / अ+ब

अ३-ब३ / ...अ२ब+२अब२-ब३ यांचा संक्षेप कर.

...+अब+ब२ ÷ अ२-२अब+ब२

...+६अ२क+३अक२ / ...क+३अ२क+३अक२+क३ याचासंक्षेपकर.

उत्तर ३अ / अक+क२

...-अब२ / ...+२अब+ब२ याचा सक्षेपकर

उत्तर अ२-अब / अ+ब

...ताहावाप्रकार.

... मिळवणी करावयाचा.

ीति.

छेद सम असल्यास सर्व अं
णि त्याबेरजेखालीं समछेद लि
जाली.
यास समछेद करून नंतर वर
वें.

ाहरणें.

ा $\frac{अ}{४}$ यांची मिळवणी काय हो

$\frac{७अ}{१२}$ = $\frac{७अ}{१२}$ ही बेरीज. हें उत्तर.

आणि $\frac{क}{ड}$ यांची मिळवणी का

$\frac{कड}{कड}$ + $\frac{बड}{बकड}$ + $\frac{बक}{बकड}$ =
ोज झाली. हें उत्तर.

$\frac{}{ब}$ आणि ब + $\frac{२अक्ष}{क}$ यांची मि

मिळवणी करिते समयीं ही रीति सर्वांहून उत्त
वयव समछेद करून मिळवणी करावी, नंतर
अपूर्णबीजाचे बेरिजेस जोडून लिहावी.

+ ब + $\frac{\text{२अबस−३कस}}{\text{बक}}$ ही बेरीज.हें उत्तर.

$\frac{\text{क्ष}}{\text{३अ}}$ आणि $\frac{\text{अ}}{\text{५ब}}$ यांची मिळवणी काय हो

उत्तर, $\frac{\text{२०बक्ष+५ अक्ष}}{\text{१५अब}}$

$\frac{\text{अ}}{\text{४}}$ आणि $\frac{\text{अ}}{\text{६}}$ यांची मिळवणी का

उत्तर, $\frac{\text{४७अ}}{\text{६०}}$

$\frac{\text{२अ−३}}{\text{४}}$ आणि $\frac{\text{२अ}}{\text{८}}$ यांची मिळवणी

उत्तर, $\frac{\text{९अ−६}}{\text{८}}$

अ + $\frac{\text{अ+३}}{\text{५}}$ आणि ४अ + $\frac{\text{२अ−५}}{\text{४}}$

काय होती?

उत्तर, ६अ + $\frac{\text{१४अ−१३}}{\text{२०}}$

अ आणि $\frac{\text{३अ}}{\text{४ब}}$ आणि $\frac{\text{अ+ब}}{\text{२ब}}$ यांची

होती? उत्तर $\frac{\text{२अब+३अब+२अब+}}{\text{१२ब}}$ ... ४५

$\frac{\text{६अ}}{\text{५}}$ आणि $\frac{\text{३अ+२}}{\text{७}}$ यांची मिळवणी

र $\frac{\text{३३अ+१०}}{\text{१४०}}$

... आणि ३ + $\frac{अ}{८}$ यांची मिळवणी

उत्तर $\frac{७ अ + ७२}{२४}$

... आणि २ अ − $\frac{५ अ}{८}$ यांची मिळ

...त्तर १० + $\frac{७४ अ}{३२}$

प्रकार.

... दुसऱ्यांतून वजा करायाचा.

...ति.

...सल्यास मिळवणी प्रमाणें
...अंशांची वजाबाकी करून त्या
... ह्मणजे वजाबाकी जाली.

...रणें.

... यांची वजाबाकी कर.
...$\frac{५ अ}{१२}$ − $\frac{अ}{८}$ बाकी. हें उत्तर.
...$\frac{७ अ - ४ ब}{७ ब}$ यांची वजाबाकी

$\frac{३अ-४ब}{१ब} = \frac{५अब-१ब}{१२बक} - \frac{१२अक-१६बक}{१२बक}$

$\frac{१२अक+१६बक}{क}$ हें उत्तर.

$\frac{अ}{२}$ आणि $\frac{३अ}{७}$ यांची वजाबाकी कर.

उ० $\frac{४३अ}{८४}$

६अ आणि $\frac{३अ}{४}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर $\frac{२१अ}{४}$

$\frac{अ}{५}$ आणि $\frac{२अ}{..}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर $\frac{७अ}{१२}$

$\frac{३अ+क}{ब}$ यांतून $\frac{२ब}{क}$ हे वजा कर.

उत्तर $\frac{३अक+क-२ब}{बक}$

$\frac{४अ+८}{५}$ यांतून $\frac{२अ+६}{२}$ हे वजा कर.

उत्तर $\frac{२६अ+१२}{..}$

४अ + $\frac{२अ}{क}$ यांतून २अ − $\frac{अ-१ब}{क}$

आठवा प्रकार.

...जपदें परस्पर गुणावयाचा.

ति.

रितां सर्व अंश परस्पर गु
र्व छेद परस्पर गुणावे.*

हरणें.

$\frac{\text{अ}}{५}$ हे परस्पर गूण.

$= \frac{\text{अ}^२}{२०}$ हा गुणाकार, हें उ

ाणि $\frac{५\text{अ}}{३}$ हे परस्पर गूण.

$\frac{\text{अ}^२}{२४} = \frac{\text{अ}^२}{१४}$ हा गुणाकार.

$\frac{\text{अ}+\text{ब}}{२\text{अ}+\text{क}}$ हें परस्पर गूण.

$\frac{\text{अ}^२+२\text{अब}}{\text{अब}+\text{बक}}$ गुणाकार, हें उ

$\frac{५\text{अ}}{५\text{क}}$ हे परस्पर गूण.

उतर $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$

$\frac{\text{ब}^२}{\text{अ}}$ हे परस्पर गूण.

उतर $\frac{\text{अ}}{\text{अ}}$

पदाचे अंश आणि दुसऱ्या अपूर्णबीज
व्हां त्याणें संक्षेप करावा.
ातीं पूर्णबीज गुणायाचें आहे, तेव्हां गु
ं अंश गुणावे, अथवा छेद भागावे,
सरूप आहेत, तर अंशासिद्धच गुणाका

...$\frac{अ}{ब}$ आणि $\frac{८अक}{ब}$ आणि $\frac{४अब}{३क}$ हे पर

उत्तर [illegible]

...अ $+\frac{अब}{२क}$ आणि $\frac{२अ^{२}}{ब}$ हे परस्पर

उत्तर [illegible]

...$\frac{अ^{२}-२ब^{२}}{...बक}$ आणि $\frac{४अ^{२}+२ब^{२}}{अ+ब}$ हे परस्पर

उ[illegible]

...अ आणि $\frac{२अ+१}{अ}$ आणि $\frac{२अ-१}{२अ+ब}$ हे

...$+\frac{क्ष}{२अ}-\frac{क्ष^{२}}{४अ^{२}}$ यांस क्ष $-\frac{अ}{२क्ष}+\frac{अ^{२}}{४क्ष^{२}}$

...नववा प्रकार.

...बीज पदास दुसऱ्यानें भागायाचा.

रीति

...दुसऱ्याचे अंशांनीं भागावे, आणि छे

शेष भागिले जातील, तसें

श आणि छेद बदल करून

तक गुणावें.*

हरणें.

$\frac{अ}{}$ यांनीं भाग.

$= \frac{८अ}{१२अ} = \frac{२}{३}$ भागाकार,

$\frac{}{}$ यांनीं भाग.

$\frac{४ड}{५क} = \frac{१२ अड}{१० बक}$ हा भागाकार,

स $\frac{२अ + [illegible]ब}{४अ + ब}$ यांनीं भाग.

$\frac{८अ^2 + ६अब + ब^2}{८अ^2 - ४ब^2}$ हा भागाका

$\frac{अ}{अ+ब}$ यांनीं भाग.

$\frac{(अ+ब)}{+ब^3) \times अ} = \frac{१अ}{अ^2 - अब + ब^2}$

छेद आहे तर भागाकाराचे अंशाकरितां

करितां भाजकाचे अंश घ्यावे.

पदानें भागावयाचें आहे, तेव्हां त्या पदानें

कडूनही गुणाकार बरोबर होतो.

त दोनही छेदांचा दृढ भाजक मिळतो,

 भागावें.

[illegible] यांस [illegible] यांनीं भाग.

उत्तर [illegible]

[illegible] यांस ३क्ष यांनीं भाग.

उत्तर [illegible]

[illegible] यांस ४क्ष/३ यांनीं भाग.

उत्तर [illegible]

[illegible] यांस क्ष/३ यांनीं भाग.

उत्तर १२क्ष / (२क्ष² − क्ष)

[illegible] यांस ३अ/२ब यांनीं भाग.

उत्तर ८ब क्ष / ३अ

[illegible] यांस ५अक/इ यांनीं भाग.

उत्तर

[illegible] ९अ² − ४ब² / [illegible] २अ² − ४अब + २ब² यांस ६अ² + ६अब / ३अ − ४ब यां[illegible]

उत्तर

…ज वर्ग घनादि.

…घनादि म्हणजे सांगितलें मूळबी…
…त्याच मूळबीजानें गुणून वाढविलें वी…

गितल्या पदाचा वर्ग काय हो
घन चतुर्घात इत्यादिक या-

अथवा पदास त्यानेंच प्रका
ा पर्यंत पुनःपुनः गुणावें, शे
र्ग घनादिक होईल. अथवा
दांत अक्षर चिन्हेंच असलीं
अक्षर चिह्नाचा मूळप्रकाश-
ाकानें गुणून जो गुणाकार ये
क होईल, आणि वेळाप्रकाश
लव त्याचेंही वर्गादिप्रकाश

हेत त्यांचे गुणाकाराचें वर्गादिक त्या प
र्गाकाराबरोबर आहे जसा या तीन पदां
आणि २×२×३=९×२५×४९=११०२५,
ं ही वर्गादिक त्या अपूर्ण बीजाचे अंशां
भागिलें याचे बरोबर आहे.

थवा वर्गमूळादि परस्पर गुणायाचें
कावांकांची बेरीज घेऊन त्यापदावर

अथवा वर्गमूळादिक परस्पर भागाया
अशकांची वजाबाकी करून त्यापदा

सांगितले मुळाचें कार्य प्रकाशक चिह्न
व्हां त्यापासून जें वर्गादिक होईल तें स
तु जेव्हां त्या सांगितले मुळाचें कार्यप्रका
ऋण आहे, तेव्हां त्यापासून जें वर्गघना
वर्गादिप्रकाशक सम असेल त्या स्थळीं
ा तो विषम असेल त्यास्थळीं ऋण हो
कार रीतीनें जाणावें.

उदाहरणें.

आहे.	अ= हें एक मूळ आहे.
ा वर्ग होय.	अ= हा त्या मुळाचा वर्ग होय.
चा घन हो	अ= हा त्या मुळाचा घन होय.
ा चतुर्घा	अ= हा त्या मुळाचा चतुर्घात होय.
ा पंचघा	अ= हा त्या मुळाचा पंचघात होय.

इत्यादि

मूळ आहे.	— ३ अबे— हें एक मूळ आहे.

+ ९ $अ^{२} ब^{२}$ = हा त्या मुळाचा व
र्ग होय.

− २७ $अ^{३} ब^{३}$ = हा त्या मुळाचा
घन होय.

+ ८१ $अ^{४} ब^{४}$ = हा त्या मुळाचा
चतुर्घात.

− २४३ $अ^{५} ब^{५}$ = हा त्या मुळाचा
पंचघात.

इत्यादि

$\frac{अ}{२ब}$ = हें एक मूळ आहे.

$\frac{…^{२}}{…ब^{२}}$ = हा त्या मुळाचा वर्ग हो
य.

$\frac{…^{३}}{…ब^{३}}$ = हा त्या मुळाचा घन हो
य.

$\frac{…^{४}}{…ब^{४}}$ = हा त्या मुळाचा चतु
र्घात.

इत्यादि

अ^{२} = हा त्या मुळाचा वर्ग होय.

अक्ष

अ^{२}क्ष - अ^{३}

अ^{२}क्ष - अ^{३} = हा त्या मुळाचा घन होय

क मूळ आहे.

अ^{२} = हा त्या मुळाचा वर्ग होय.

अक्ष

क्ष + अ^{३}

अक्ष + अ^{३} = हा त्या मुळाचा घन हो

हणें क्ष - अ आणि क्ष + अ या दोन

वन दाखवितात.

सरीं उदाहरणें.

यांचा घन काय होतो?

उत्तर, २७अ^{३}

९

चतुर्घात काय होतो?

र १६ अ८ ब४

चा घन काय होतो?

र - ६४ अ६ ब३

चतुर्घात काय होतो?

र अ४स४ / १६ब८

चा पंच घात काय होतो?

क्षि + ४० अक्ष - ८० अ२क्ष + ८० अक्ष / ३२ क्ष

ा षट् घात काय होतो?

र, ६४ अ३

ाची द्वियुक्पदाचें वर्गादिक क

ति.*

ांचून पदें करायाचीं, त्यांचा

न पदापासून होतो. आणि

हें रूप आहे (न) ह्मणजे कोणतीही

+ न $\frac{न-१}{२}$ अ न-२ स + न. $\frac{न-१}{२}$ $\frac{न-२}{३}$ अ

काशक असावा तो द्वियुक्पदाचा इ-
काचा प्रकाशक आहे तोच होय. आणि
दांस वर्गादि प्रकाशक असावा तो हाच
क्रमें एक एक उणा करून होतो. आणि
ाहिल्या दुसऱ्या पदास वर्गादिप्रकाश
शून्यापासून ०·१·२·३ याअनुक्रमें प्र
क वाढवून होतो, तो इछिल्या वर्गादिप्रका
णजे, इछिल्या वर्गादिकाचें प्रथम मूळ
ळ केवळ प्रमथपद होईल, तें इछिल्यावर्गा
युक्त, आणि या श्रेढीचें शेवटील पद
पदांतील केवळ दुसरें पद होईल तें इछि

$\cdot\text{अ}^{\text{न}-१}\text{क्ष}+\text{न}\cdot\frac{\text{न}-१}{२}\text{अ}^{\text{न}-२}\text{क्ष}^{२}-\text{न}\cdot\frac{\text{न}-१}{२}\cdot\frac{\text{न}-२}{३}\text{अ}^{\text{न}-३}\text{क्ष}^{३}$

क पवरामध्यें वेळा प्रकाशकांची बेरीज (२) यासंख्ये
रोबर आहे, जसें, १+१=२ हें मूळ अथवा प्रथम प
=४ हें वर्गस्थळ अथवा दुसरा पवर १+३+३+१=८
ा तिसरा पवर, याप्रमाणें पुढें ही जाणावें.

$\text{अ}^{२}+२\text{अब}+\text{ब}^{२}$ $\text{अ}^{३}+३\text{अ}^{२}\text{ब}+३\text{अब}^{२}+\text{ब}^{३}$

१+२+१=४ १+३+३+१=८

$+४\text{अ}^{३}\text{ब}+६\text{अ}^{२}\text{ब}^{२}+४\text{अब}^{३}+\text{ब}^{४}$

+४ + ६ + ४ + १ = १६

ा घातमूळ, ह्मणजे एकपवर. अथवा एकघात वर्ग
न ह्मणजे त्रिघात, याप्रमाणें पुढें ही जाणावें.

युक्तपरंतु दुसरीं अथवा मध्य
कार होतील अशा रीतीनें
यापदास प्रतिपदीं वर्गादिप्र
आणि दुसऱ्या पदास वर्गादिप्र
अधिक होत जाईल.
काढायाची रीति श्रेढीचे प्रथ
आहे. दुसऱ्यापदाचा वेळा
इच्छिल्या वर्गादिकाचा प्रका
वेळाप्रकाशक या प्रमाणें.
वेळाप्रकाशक आणि त्या
अक्षराचा वर्गादिप्रकाश
जो गुणाकार दोहोनीं भागावा,
ऱ्यापदाचा वेळाप्रकाशक
ढें ही. ह्मणजे शेवटीं वेळाप्र
त्याच पदाचे प्रथम अक्षरा-
ून तो गुणाकार तेंच पद कि
र्धिनें भागून जो भागाकार ये
वळचे पदाचा वेळाप्रका-
पुढें एक अशा सर्व पदांचा

ांतील सर्वपदांची संख्या इच्छिल्या वर्गा
येहून एकानें अधिक होईल, आणि
ल दोन हीं पदें (+) धन आहेत त
दें (+) धन होतील. परंतु, जर त्या मू
सरें पद (−) ऋण आहे तर श्रेढीचीं
धन होतील. आणि समपदें (−) ऋ
कारणास्तव तीं सर्वपदें (+) धन (−)
−) ऋण अशा अनुक्रमें होतील. पुनः
पदांतील अक्षराचे वर्गादिप्रकाश
ल्या वर्गादिकाचे प्रकाशका बरोबर
चे मध्यापासून दोहीं कडील स्थळीं
बराबर आहेत, परंतु अक्षरांचा मा
ाणि मध्यापासून दोहींकडील बराब
ाशकही बराबर आहेत. तसें आदी
त वेळाप्रकाशक जितक्या जितक्या
ोला आहे, तितक्या तितक्या अंत
क मध्यापासून अंतापर्यंत उणा हो

उदाहरणें.

क्ष याचा पंच घात करायाचा आहे.

…काशका वांचून पदें करावीं.

…तेक्षे अक्षे अक्षें क्षें

…र्ं वेळाप्रकाशक काढावे.

…०×३ / ३ = १०   १०×२ / ४ = ५   ५×१ / ५ = १

…णाचा पंचघात हें सर्व जुळून

…अक्षे + १० अक्षे + ५ अक्षें +

…हू कीं; वेळाप्रकाशक आणि व-

…लावांचून जुळून सर्व पदें एक

…सरें उदाहरण पुढें लिहितों.

…ा षड्घात करायाचा.

… − २० अक्षे + १५ अक्षें − ६ अ

…चा चतुर्घात करायाचा.

…, अक्षे − ४ अक्षें + क्षें

…ांही वर्गादिक रूपानें एके ओ

बीजवर्गादिमूळ.

दिमूळ ह्मणजे वर्गादिकांची उलट सांगि
न त्याचें वर्गादिमूळ काढायाचें. तें पद ए
युक्त असेल.

प्रथमप्रकार.

ी पदाचें मूळ काढायाचा.

त रीतीनें वेळाप्रकाशकाचें मूळ काढा
चिन्हाचा वर्गादिप्रकाशक इछिल्याव-
ाकानें भागावा, ह्मणजे तो भागाकार
मूळ होईल. नंतर हें मूळ पूर्ववेळाप्र
ीं जोडिलें असतां इछिलें वर्गादिमूळ

पदाचें कोणतेंही सममूळ (+) धन अथवा (-) ऋण
+अ^2 याचें वर्गमूळ +अ अथवा -अ असेल, कारण
ि-अ × -अ = +अ^2 आहे.
ही पदाचें विषममूळ त्या पदाचे चिह्नाप्रमाणें आहे. अ
अ आहे आणि -अ^3 याचें घनमूळ -अ आहे. कारण
-अ^3 आहे आणि -अ × -अ × -अ = -अ^3 आहे. को
ूळ ऋण होतनाहीं, कारण +अ × +अ अथवा -अ
होण्यास परम अशक्य.

रणें.

र्गमूळकाढ.

उत्तर, २अ

नमूळकाढ.

उत्तर, २अ

र्गमूळकाढ.

$\sqrt{\frac{५अ^{२}ब^{२}}{८क^{२}}} = \frac{अब}{२क}\sqrt{५}$ हें उत्तर.

नमूळकाढ.

उत्तर, $-\frac{२अब^{२}}{३क}\sqrt{२अ}$

वर्गमूळकाढ.

उत्तर, अबे√२

याचें घनमूळकाढ.

उत्तर, −४अबे

र्गमूळकाढ.

उत्तर, $\frac{२अब}{क}\sqrt{२क}$

चें चतुर्घातमूळकाढ.

उत्तर, २अब√ब

गुण्य गुणकांचे वेगळाले मुळाचे गुणा
मूळाची इछा असेल तर त्या अंशाकेदां
केंत्या अपूर्ण बीजाचें इछिलें मूळ हो

२२ अ॑ब॑ यांचें पंचघातमूळकाढ.

उत्तर,—२अब४ब

दुसराप्रकार.

क पदाचें वर्गमूळ काढायाचा.

अंकगणिताप्रमाणें आहे. ह्मणजे,

घातादिक अधिक असेल तें पद प्रथम लिहू

उतरतीं अशारीतीनें सर्वपदें लिहावीं. नंत

ूळ भागाकारस्थळीं लिहावें.

वर्ग प्रथम पदाखालीं लिहून त्यांतून वजा

भाज्याकरितां बाकीजवळ बरचीं दुसरीं-

आणि नवे भाजकाकरितां मुळाची दुपटक

ीं लिहावी.

भाजकानें भागावा आणि जें येईल तें भा

हावें, आणि भाजकासही जोडावें.

विला भाजक भागाकारस्थळीं जें आतां न

गुणून गुणाकार भाज्याखालीं लिहावा,

ना करावा. या प्रमाणें अंकगणित रीतीनें

रणें.

$+६अ^{२}ब^{२}-४अब^{३}+ब^{४}$ यां

$अब^{३}+ब^{४}$($अ^{२}-२अब+ब^{२}$

$६अ^{२}ब^{२}$

$४अ^{२}ब^{२}$

$अ^{२}ब^{२}-४अब^{३}+ब^{४}$

$अ^{२}ब^{२}-४अब^{३}+ब^{४}$

* * *

$+१०अ^{२}ब^{२}+१२अब^{३}+९ब^{४}$

$+१२अब^{३}+९ब^{४}$($अ^{२}+२अ$

$ब+३ब^{२}$ वर्गमूळ हें उत्तर.

$०अ^{२}ब^{२}$

$अ^{२}ब^{२}$

$अ^{२}ब^{२}+१२अब^{३}+९ब^{४}$

$अ^{२}ब^{२}+१२अब^{३}+९ब^{४}$

* * *

–२ अंबं+३ अंबं–२ अबं+बं यां

+२ अंबं–२ अबं+बं (अं–अब+बं

हें वर्गमूळ, हें उत्तर.

ब

ब+अंबं=(अं–अब)

+२अंबं

ब+३ अंबं–२ अबं+बं=(अं–अब

+बं)

–६अं+२१अं–४४अं+६३अं–५४ अ+२७

+२१अं–४४ अं+६३ अं–५४ अ+२७(अं

–२अ+३ घनमूळ हें उत्तर.

अं+१२अं–८ अं–(अं–२ अ)

+९ अं

+२१अं–४४अं+६३अं–५४अ+२७=

(अं–२अ+३)

* * * * *

–२अब+२अक्ष+बं–२बक्ष+क्षं

उत्तर, अ-ब+क्षं

+९ अं-१२अं+१८अं-१२अ

उत्तर, अ२-अ+२

१६, अंब+२१६, अंबं-९६,

ांत मूळ काढ.

उत्तर, ३अ-२ब

ं+४०अं-८०अं+८०अ+३२ यांचें

उत्तर, अ-२

वें वर्गमूळ काढ.

उत्तर,

वें घनमूळ काढ.

उत्तर,

रणी.

ं मूळ बरोबर पूर्ण येत नाहीं
मूळप्रकाशकानें अथवा मूळ
जसें. ३ अथवा √३ हीं दो

चें वर्गमूळ दाखवितात. आणि २³
वा √ ४ हीं २ या संख्येचे वर्गाचें घन
ह्मणजे २ हें पद कोणत्या घाता पर्यं
प्रकाशक अंश दाखवितात. आणि
कोणत्या घाताचें मूळ काढावें तें छेद

पहिलाप्रकार.

ास करणीचें रूप द्यावयाचा.

दास करणीचा प्रकाशक असेल ति
ढवावें, नंतर या नवे वाढविल्या पदा
ीचें मूळ चिह्नानें युक्त करावें.

उदाहरणें.

वर्गमूळाचें रूपदे.

√ १६ अथवा १६^½ हें उत्तर.

यांस घन मूळाचें रूप दे.

अ^३ × ३ अ^३ × ३ अ^३ = २७ अ^३ तर ∛ २७

)^⅓ हें उत्तर.

घनमूळाचें रूपदे.

२

उत्तर, ∛२१६ अथवा (२१६)$^{\frac{1}{3}}$

स वर्गमूळाचें रूप दे.

√२ अंबे अथवा (२ अंब)$^{\frac{1}{2}}$

र्गातमूळाचें रूप दे.

उत्तर, ∜१६ अथवा (१६)$^{\frac{1}{4}}$

वघातमूळाचें रूप दे.

उत्तर, ∜अ^{3} अथवा (अ^{3})$^{\frac{1}{4}}$

स वर्गमूळाचें रूप दे.

२अक्ष + क्ष^{2} अथवा (अ^{2}+ २अक्ष + क्ष^{2})$^{\frac{1}{2}}$

स घनमूळाचें रूपदे.

अक्ष + ३ अक्ष^{2} − क्ष^{3} अथ ...+ ३अक्ष^{2} − क्ष^{3})$^{\frac{1}{3}}$

प्रकार.

प्रकाशक रूप द्यावयाचा.

वे मूळप्रकाशक समछेदक

गळालें. अंशास्थळींचे संख्येइ-

वाढवावी. आणि त्या समछेदांचे अंश-
ांक लिहावा. ह्मणजे तीं पदें सममूळप्रका

सांगितलें सममूळ प्रकाशक रूप द्यावया
ाचा मूळप्रकाशक सांगितले प्रकाशकानें
ते वेगळाले भागाकार त्या त्या पदांचेनवेमूळ
. नंतर त्या त्या पदांस ते ते नवे प्रकाशक
सांगितला प्रकाशक लिहावा, ह्मणजे इष्ट
नेघेल.

उदाहरणें.

$३^{\frac{१}{३}}$ आणि $५^{\frac{१}{२}}$ यांस सममूळप्रकाशक

आणि $\frac{१}{२}$ = $\frac{२}{६}$ आणि $\frac{३}{६}$.
ां $३^{\frac{२}{६}}$ आणि $५^{\frac{३}{६}}$ = $(३^२)^{\frac{१}{६}}$ आणि $(५^३)^{\frac{१}{६}}$
आणि ∜ २५, सममूळप्रकाशक जालें हें
उत्तर.

आणि $ब^{\frac{१}{३}}$ यांस $\frac{१}{२}$ हा सममूळप्रकाशक

= $\frac{१}{२}$ × $\frac{१}{३}$ = $\frac{१}{६}$ हा प्रथमपदाचा मूळप्रकाश

५

हा दुसरे पदाचा मूळ प्रका

($ब^३$)^२ अथवा $\sqrt{अ^३}$ आणि
दांचे बराबर किमतीचीं आ

यांस ६ हा सममूळ प्रका

र, (२५०^३)^२ आणि (२५)^३
यांस ६ हा सममूळ प्रका

र, (अ^३)^२ आणि (क्ष^३)^२
यांस सममूळप्रकाशक रू

त्तर, $\sqrt{अ^३}$ आणि $\sqrt{क्ष^३}$
) आणि (अ − क्ष)^२ यांस

आणि (अ-ब)^२
आणि (अ − ब)^२ यांस स

+ब)^२ आणि (अ-ब)^२

तिसराप्रकार.

अतिसरळ रूप द्यावयाचा

रीति.

संख्या अथवा पद याचे गुण्य गुणक
यव करावे. असे कीं, जांतील एक अवय
आंत सांगितले मूळाचा मोठा घात होईल
ताचें सांगितलें मूळ काढून तें राहिले दु
डावेकडे लिहावें. आणि या दोहोंचे मध्यें
ं चिह्न करावें.*

उदाहरणें.

४८ या करणीस अति सरळ रूप दे.
ातां $\sqrt{४८} = \sqrt{१६ \times ३} = ४\sqrt{३}$ हें उत्तर.
१०८ या करणीस अति सरळ रूप दे.
तां $\sqrt{१०८} = \sqrt{२७ \times ४} = ३\sqrt{४}$ हें उत्तर.

करणींत वर सांगितले गुण्य गुणक रूप दोन अवयवांतील ए
मुळाचा बरोबर मोठा घात होत नाहीं. तेव्हां ती करणी सरळ
यास या हून दुसरें सरळ रूप होत नाहीं. कारण गुण्य गु
एक ५ आणि दुसरा ७ या दोहोंतून एकही इछिले मूळ
थें वर्ग होत नाहीं.

ीही संख्या अथवा पद कर-
तें पद त्या गुण्य गुणकरूप
नसेल त्याचे मुळांनी गुणून
दुसरे अवयवाशीं जोडून

रणें.

अतिसरळ रूपदे.
२ = २ × ४ √२ = ८√२ हें उत्तर.
ातिसरळ रूपदे.
= ५ × २ √३ = १०√३ हें उ

करणीसही अतिसरळ रूप
ा

ा.

त्याही संख्येनें अथवा पदा
द सांगितले मुळाचा पूर्णघा
ितलें मूळ काढून त्याजवर
आणि त्यास करणीचा राहि

वयव जोडून मध्यें पूर्वप्रमाणें मूळ चि-

उदाहरणें.

$\frac{२}{७}$ याकरणीस अतिसरळरूपदे.

$= \sqrt{\frac{२\times७}{७\times७}} = \sqrt{\frac{१४}{४९}} = \frac{१}{७}\sqrt{१४}$ हें उत्तर.

$\sqrt[३]{\frac{२}{५}}$ यांस अतिसरळरूपदे.

$३\sqrt[३]{\frac{२\times२५}{५\times२५}} = ३\sqrt[३]{\frac{५०}{१२५}} = ३\sqrt[३]{\frac{१}{१२५}}\times\sqrt[३]{५०} = १$

५० हें उत्तर.

३२ याकरणीस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, $४\sqrt{२}$

३२० याकरणीस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, $८\sqrt{५}$

तिसरळरूप द्यावयाचा उपयोग असा आहें कीं, उत्तर
हें या प्रथम उदाहरणाचा विचार केला असतां कळेल.
$\sqrt{\frac{२}{७}} = \frac{१}{७}\sqrt{१४}$ या उदाहरणांत १४चें वर्गमूळ काढायाचें,
कांतून तयार घ्यावयाचें आणि त्या मूळास ७ याणी भा
हे. आणि सरळरूप नदिलें तर छेदांनीं अंश भागूनभा
लागतें, अथवा अंश छेदांचीं वेगळालीं मुळें काढून अं
नें भागावें लागतें. आणि या दोन्ही रीतीही मूळ काढण्या
ी पेक्षां या उदाहरणीं बहुत श्रम पडतात. आणि दुस
तिसरळरूप नदिल्यास बहुतच श्रम पडतात.

...ीस अतिसरळरूप दे.

उत्तर, $५\sqrt{२}$

...णीस अतिसरळ रूप दे.

उत्तर, $२\sqrt[3]{७}$

...ांस अतिसरळ रूप दे.

उत्तर, $५अ\sqrt[3]{ब}$

...तिसरळरूप दे.

उत्तर, $२८\sqrt{५}$

...तिसरळरूप दे.

उत्तर. ८१

...तिसरळरूप दे.

उत्तर, $\frac{३}{११}\sqrt{३३}$

...तिसरळ रूप दे.

उत्तर, $\frac{३}{२}\sqrt[3]{१०}$

...तिसरळ रूप दे.

उत्तर. $\frac{अक}{बद}\sqrt{ब}$

...तिसरळरूप दे.

उत्तर, $\frac{३}{२२}\sqrt{१४}$

...तिसरळरूप दे.

उत्तर, $\frac{३}{६}\sqrt{१८}$

...यांस अतिसरळ रूप दे.

उत्तर. $७अ\sqrt{२अ}$.

रह √क्ष-अ

चवथाप्रकार.

पदांचीमिळवणी करायाचा.

रीति.

र्ण पदें असतील तीं समच्छेद करावीं, आ
प्रमाणें सर्व पदांस अतिसरळरूप द्यावें.
पदाचा मूळप्रकाशक विषम आहे, त्या
प्रमाणें बरोबर किमतीचें सममूळप्रका
द्यावें.
ा जर सर्व पदांत करणी अवयव एकरू
त्या पदांचे अखंड अवयवांची बेरीज घे
रणीजोडून लिहावी, हीच त्यांची मिळवणी.
करणीअवयव एकरूप नसेल, तर
धन (−) ऋण चिन्हें जोडून लिहावीं,
वणी.

णें.

/ ३२ यांची बेरीज काय

$\overline{९ \times २} = ३\sqrt{२}$

$\overline{६ \times २} = ४\sqrt{२}$

, $\overline{७\sqrt{२}}$ हें उत्तर.

४ १९२ यांची बेरीज काय

$\overline{१२५ \times ३} = ५\sqrt[३]{३}$

$\overline{६४ \times ३} = ४\sqrt[३]{३}$

$९\sqrt[३]{३}$ हें उत्तर,

८ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $७\sqrt{३}$

७२ यांची बेरीज काय

उत्तर, $११\sqrt{२}$

$\frac{३}{५}$ यांची बेरीज काय होती?

तर, $४\sqrt{\frac{३}{५}}$ अथवा $\frac{४}{५}\sqrt{१५}$

$\sqrt{१८९}$ यांची बेरीज का

उत्तर, ५∛७

∛५०० आणि ∛१०८ यांची बेरीज का

उत्तर, ८∛४

∛१/४ आणि ∛१/३२ यांची बेरीज काय

उत्तर, ३/४ ∛२

√१४७ आणि ३√७५ यांची बेरीज

उत्तर, ४२√३

√२/५ आणि २√५/२ यांची बेरीज काय

उत्तर, ६/५ √१०

३√अंब आणि ५√१६अंब यांची

णी?

उत्तर (२० अं + ३अ) √ब.

√अंब आणि १/२√४ बक्षं यांची बेरी

उत्तर (१ अं + क्ष)/२ √ब

उत्तर (अ + क्ष) √ब

कार.

बाकी करायाचा.

ते.

हीं पदें सिद्ध करावीं नंतर
अखंड पदांची वजाबाकी
ती साधारण करणी जोडा
. त्या पदांची करणी एक
ऋणचिन्ह जोडून लिहावीं,
की.

रणें.

णि √८० यांची वजाबाकी

√६४×५ = ८√५

√१६×५ = ४√५

४√५ बाकी. हेंउ०

४ यांची वजाबाकी कर.

४×२ = ४√२

×२ = ३√२

१√२ हें उत्तर.

...$१\sqrt{२०}$ आणि $३\sqrt{४५}$ यांची वजाबाकी

$\sqrt{२०} = ५\sqrt{४ \times ५} = १०\sqrt{५}$

$\sqrt{४५} = ३\sqrt{९ \times ५} = ९\sqrt{५}$

$१\sqrt{५}$ बाकी. हें उत्तर.

$\sqrt{\frac{२}{३}}$ आणि $\frac{१}{२}\sqrt{\frac{१}{६}}$ यांची वजाबाकी कर.

$\sqrt{\frac{२}{३}} = \frac{१}{३}\sqrt{\frac{६}{९}} = \frac{१}{३}\sqrt{\frac{१}{९}}\sqrt{६} = \frac{१}{९}\sqrt{६}$

$\sqrt{\frac{१}{६}} = \frac{१}{२}\sqrt{\frac{६}{३६}} = \frac{१}{२}\sqrt{\frac{१}{३६}}\sqrt{६} = \frac{१}{१२}\sqrt{६}$

$\frac{१}{३६}\sqrt{६}$ बाकी हें उ.

...७५ आणि $\sqrt{४८}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\sqrt{३}$

$\sqrt[३]{२५६}$ आणि $\sqrt[३]{३२}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $२\sqrt[३]{४}$

$\sqrt{\frac{३}{२}}$ आणि $\sqrt{\frac{२}{३}}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{१}{६}\sqrt{२}$

$\sqrt{\frac{३}{४}}$ आणि $\sqrt{\frac{१}{३}}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{१}{६}\sqrt{६}$

...$\frac{२}{३}$ आणि $\sqrt[३]{\frac{३५}{९}}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{१}{३}\sqrt[३]{७५}$

$\sqrt{२४}$ अबे आणि $\sqrt{५४}$ बें यांची व-

प्रकार.

र गुणायाचा.

ते.

णी एक जातीची आहे, तें
यवांचा गुणाकार करावा. त
णाकार करावा. नंतर ते दो
वे मध्यें साधारण करणी चि
ला गुणाकार होईल. या
प्रमाणें अतिसरळ रूप दे

क जातीची आहे, तर त्या
रूप देऊन तीं परें वर सां-

तले रीतीचें स्मरण (पृष्ठ ५७)
दि प्रकाराक अथवा वर्गा
हे, तर त्यांचा पदाचे प्रका

ी ह्मणजे गुणाकार जाला.

उदाहरणें.

$\sqrt{८}$ आणि २$\sqrt{६}$ यांचा गुणाकार

$\sqrt{८}$ हे गुण्य

$\sqrt{६}$ हे गुणक

$\sqrt{४८} = ६\sqrt{१६ \times ३} = २४\sqrt{३}$ गुणाकार हें उ.

[illegible] आणि [illegible] यांचा गुणाकार काय

[illegible] गुणाकार हें उ.

ाणि [illegible] यांचा गुणाकार काय होतो?

थम पदाचा

ुसरे पदाचा

[illegible] $= (२)$ [illegible]

[illegible] $= (३)$ [illegible]

[illegible] हा गुणाकार हें उत्तर

√अ यांचा गुणाकार

$= १५(अ)^{१/२} = १५\sqrt{अ}$

हेंउत्तर.

√८ यांचा गुणाकार का

उत्तर, २४

- √१२ यांचा गुणाकार

उत्तर, $\frac{१}{२}\sqrt{६}$

$\sqrt{\frac{३}{६}}$ यांचा गुणाकार

उत्तर, $\frac{३}{२०}\sqrt{१५}$

√४ यांचा गुणाकार

उत्तर, $१२\sqrt{७}$

यांचा गुणाकार काय

उत्तर, २अ

, $(अ + ब)^{३}$ आणि $(अ+ब)^{३}$ यांचा

होतो? हेंउत्तर $(अ+ब)^{\frac{१३}{१२}}$

ं, २क्ष + √ब आणि २क्ष − √ यांचा

य होतो? हेंउत्तर ४क्षे−ब

$(अ + २√ब)^{३}$ आणि $(अ−२√ब)^{३}$

र काय होतो? हेंउत्तर अ−४ब

क्ष आणि ३क्ष यांचा गुणाकार काय

हेंउत्तर ६क्षने

४क्ष आणि २य यांचा गुणाकार का

हेंउत्तर ८क्षयने

सातवाप्रकार.

ीपदास दुसरे करणीपदानें भागायाचा

रीति.

ी एक जातीची आहे, तेव्हां अखंड प

करावा. तसाच खंड पदांचाही भागा

णि त्या दोन भागाकारामध्यें साधार-

लिहावें, ह्मणजे भागाकार जाला.

ची आहे तर त्या करणीस
वरचे प्रमाणें भागाकार

ले रीतीचें स्मरण (पृष्ठ ५६)
दिप्रकाशक अथवा वर्ग
आहेत, तर त्यांचा भागा
वरून होतो तो असा कीं प्र
ती साधारणपदास रीति
ाकार जाला.

रणें.

स $२\sqrt{६}$ यांनीं भाग.

$४\sqrt{१८} = ४\sqrt{९ \times २} = १२\sqrt{२}$

$४\sqrt[३]{२}$ यांनीं भाग.

$= २\sqrt[३]{२५६} = २\sqrt[३]{६४ \times ४} = ८$

$\sqrt{२}$ यांनीं भाग.

$\frac{३}{२}\sqrt{\frac{५}{२}} = \frac{३}{२}\sqrt{\frac{१०}{४}} = \frac{३}{४}\sqrt{१०}$ हें उ॰

यांनीं भाग.

= [illegible] = [illegible] = [illegible] = ९ हें उत्तर.

...ं, $४\sqrt{५०}$ यांस $२\sqrt{५}$ यांनीं भाग.

उत्तर, $२\sqrt{१०}$

...ं, $६\sqrt[३]{१००}$ यांस $३\sqrt[३]{५}$ यांनीं भाग.

उत्तर, $२\sqrt[३]{२०}$

... $\frac{१}{२}\sqrt{\frac{१}{२०}}$ यांस $\frac{३}{४}\sqrt{\frac{३}{८}}$ यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{१}{२}\sqrt{५}$

... $\frac{२}{३}\sqrt[३]{\frac{३}{२८}}$ यांस $\frac{३}{५}\sqrt[३]{\frac{२}{५}}$ यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{५}{२८}\sqrt[३]{३०}$

... $\frac{५}{६}\sqrt{अ}$ यांस अथवा $\frac{५}{६}अ^{\frac{१}{२}}$ यांस $\frac{२}{३}\sqrt[३]{अ}$

उत्तर, $\frac{५}{४}अ^{\frac{१}{६}}$

... $अ^{\frac{१}{३}}$ यांस $अ^{\frac{१}{२}}$ यांनीं भाग.

उत्तर $अ^{-\frac{१}{६}}$

...ं, $३अ^{\frac{१}{२}}$ यांस $४अ^{\frac{१}{३}}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{३}{४}$ अनंम

...णीचा भागाकार भाज्य भाजकांचें मूळप्र
... वजाबाकीवरून होतो. यावरून निश्चय
...ातेही अपूर्णांकाचे अथवा अपूर्णबीजा
...ळीं घेतां येतील अथवा अंश छेदस्थळीं
...से कीं, प्रकाशक चिन्ह धन असेल
... ऋण असेल तर धन असें बदल क

अ$^{म-म}$ = अ॑ या पासून नि
गतेही एक पदाबराबर
बराबर आहे. याजकरि
ीचें अक्षर चिह्न येतें ते
*

ार केला पाहिजे.
ळविलें अथवा त्यांतून वजा केलें त
णजे,
अ

गुणिलें किंवा भागिलें तर गुणाकार
वेळां शून्य घेतलें तर शून्यच होई
होईल. ह्मणजे ०×अ अथवा अ

ानें भागिलें शून्य त्याचा भागाकार

जकरितां $\frac{०}{०}$ = अ
णतेही सांत पद शून्यानें भागिलें
दाहरणांत पाहा
ठ बराबर असेल तर साफ दिसतें
का क मोठा होईल, याजकरितां जर
ोठा होईल. आणि जेव्हां अ शून्य

ा आहे.
मोठे मोठे कामांत बहुत उपयो
त असावा.

उदाहरणें.

$\frac{3}{अ} - \frac{अ^{-1}}{२}$ अथवा $अ^{-1}$ आणि $\frac{3}{अ} - \frac{अ^{-1}}{१}$ अ

$\frac{अ^{-1}}{१}$ अथवा ब $अ^{-1}$ आणि $\frac{अ^{-न}}{बम}$ –

स प्रकाशक चिह्न ऋण करून लिहि.

यांस प्रकाशक चिह्न धन करून लिहि.

यांस प्रकाशक चिह्न ऋण करून लिहि.

$(अ^{2} - क्ष^{2})^{3}$ यास प्रकाशक चिह्न

नाठवा प्रकार.

यास वर्ग घनादिकें करून वाढवायाचा.

रीति.

द एकाकी आहे. वर्गकरणें आहेतर

ह दोहोंनीं गुणावें, आणि
ावें, इत्यादि चतुर्घातादि
छिलें वर्गघनादिक होई
ड अवयव असल्यास
ा त्यास जोडावें. ह्मणजे
वर्गघनादिक होईल. ज
छिलें वर्गघनादिक करा
होई तोपर्यंत वर्गघनादि
ः पुनः गुणावें.*

ों.

ाय होतो?
$^{\times २} = ४$ अ^{२} अथवा

काय होतो?

नें युक्त आहे. आणि त्या
न टाकावें. ह्मणजे वर्गजाला.

ब)^{२} अथवा $\sqrt{अ+ब} \times \sqrt{अ+ब}$

$\frac{2}{3}\sqrt{3})=\frac{8}{27}\times 3^{\frac{2\times 3}{2}}=\frac{8}{27}\times 3^{\frac{3}{2}}=\frac{8}{27}\times\sqrt{}$

$\overline{3}=\frac{24}{27}\sqrt{3}=\frac{8}{9}\sqrt{3}$ हें उत्तर.

$\sqrt{6}$ याचा घन काय होतो?

$\times\frac{3}{3}\times\frac{3}{3}=\frac{8}{27}$ नंतर $6^{\frac{1}{2}\times 3}=6^{\frac{3}{2}}=\sqrt{216}=$

6

$\sqrt{6})=\frac{8}{27}\times 6\sqrt{6}=\frac{48}{27}\sqrt{6}=\frac{16}{9}\sqrt{}$

$\sqrt{2}$ याचा वर्ग काय होतो?

उत्तर, $4\sqrt{4}$

याचा घन काय होतो?

उत्तर, $2\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ याचा घन काय होतो?

उत्तर, $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

$\sqrt{2}$ याचा चतुर्घात काय होतो?

उत्तर, $\frac{1}{2}$

याचा म घात काय होतो?

उत्तर $\sqrt{अ^{म}}$

$-\sqrt{3}$ याचा वर्ग काय होतो?

$+4\sqrt{3}$ हे उत्तर

$+2\sqrt{5}$ याचा वर्ग काय होतो?

$+12\sqrt{8}$ हे उत्तर

य याचा घन काय होतो?

कार.

नादि मूळ काढायाचा.
ा आहे, आणि त्याचें वर्ग
चें प्रकाशक चिह्न २ या
ढणें तर २ यानें गुणावें
ं करणीचे खंड अवय-
ळ. नंतर त्या करणी पदां
स त्याचे इच्छिलें वर्गादिमू
त्या अखंड अवयवाचे
जे करणीचे एकाकीप
ळ. जर करणी संयुक्त
प्रमाणें त्यांचे वर्गादिमू

न मूळ अथवा कोणतेंही पद अ

ळकाचें न मूळ, अथवा कोणतेंही

ढ.

२५२ हें उत्तर.

२=२५२ हेंउत्तर.

उत्तर, ६४६

ढ.

उत्तर, २अ४ब

ळ काढ.

उत्तर, २४अ

र√क्षे

यांचे वर्ग मूळ का

वर्गमूळ अ पदाचे चतु

वें घनमूळ अथवा अ

ळाबरोबर आहे, आ

ळ काढणें असेल तर या

ुन

सामान्य

यास त्यां
ा घाताचें
णिपदास
ा करणीरू

ी रूपदे.
४ ८ २ या

रणी रूप

$-२\sqrt{६} = ५ + २\sqrt{६}$ याज

हें उत्तर.

सामान्य करणी रूप दे.

$\sqrt{२} + ६\sqrt[3]{४}$ याज करितां

४ अथवा $\sqrt[3]{६(१+\sqrt{२}+\sqrt[3]{४})}$

ामान्य करणी रूप दे.

$\sqrt{९}$ हे उत्तर

स सामान्य करणी रूप दे.

$-८\sqrt{३}$ हे उ.

ामान्य करणी रूप दे.

$८\sqrt{८}$ हे उ.

यास सामान्य करणी रू

$३ - १२\sqrt{२८}$

प्रकार.

र्णपदाचे वर्गमूळ काढा

र स्थळीं
णजे सां
छिलें मूळ

अ-२√अं-ब
अ-२√अं-ब
ीत अ आ
दोनही
रें पद कर
उदाहर-

२ यांचें व

√१२१-७२=

२१-७२=
=१+√२

र्गमूळ काढ.

$\overline{अ-२\sqrt{अ^२-ब}}$

$\overline{\frac{}{२}} = \sqrt{\frac{४}{२}} = \sqrt{२}$

$\overline{-\frac{२}{२}} = -१$

१ हें उत्तर.

र्गमूळ काढ.

उत्तर, $\sqrt{५} \pm १$

र्गमूळ काढ.

उत्तर, $४ \pm \sqrt{७}$

र्गमूळ काढ.

उत्तर, $१ + \sqrt{३}$

र्गमूळ काढ.

उत्तर, $\sqrt{५} - १$

.

.

काढायाचा.

रणी द्विमुकपद

ऊन तें अखंड हो

ा दोह्रीपदां
ले द्वियुक्
ल करावें,
कानें तें द्वियु
गुणाकारां
वें, गुणाका

करणीरूप
युक्पदादि
क्पद कर
क्पदादि

शक विष
हे परंतु
ायास इ-
म्पद यारी
वर्गदोन
सल्यास
तिसरेंम

गुणक काढायाचा,
चें करणीरूप जाऊन

+ √ ३

- √ ३

+ ५√३

- ५√३ - ३

-३ = २२ हें उत्तर.
एकगुणक काढायाचा,
चें करणीरूप जाऊन

५ + √ ३

३ - √ ३

३ + √५√३

- √५√३ - ३

- ३ = २ हें उत्तर.
एकगुणक काढायाचा,
चे करणीरूप जाऊन

√३

३

उत्तर.

चा, ज्या-

ऊन तें अ

+७ ३

√७×३

√७×३+३

तर.

याचा, ज्या

ऊन तें अ

उत्तर

ाचा गुणक काढायाचा.
चें करणीरूप जाऊन

ब उत्तर

णक काढायाचा. ज्याणें
रूप जाऊन तें अखंड

ब उत्तर

ुणक काढायाचा, ज्या
णीरूप जाऊन तें अ

ा उत्तर

णक काढायाचा, ज्या
णीरूप जाऊन तें त्रे

, उत्तर

.

की किंवा संयुक्त
डरूप देण्याचा.

ीज या प-
छेद त्याचे अं
णजे त्याचें

ृतीचें आहे
ांनीं गुणावे,
अ

ा आहे $\frac{ब}{सअ}$
गुणावे ह्मण

णी आहेत, तें
ा. असा कीं,
ूप जाऊन
द त्या गुण-
लें अखंड छे

ा अपूर्ण बी

हें एक उदाहरणाचें उ०

$\frac{३\sqrt{२}}{२\times५} = \frac{६\sqrt{५}}{५} = \frac{६}{५}\sqrt{}$

बीजास अखंड छेद

$\frac{\sqrt{५}+३\sqrt{२}}{३} = \frac{\sqrt{५}+\sqrt{२}}{१}$

जास अखंड छेद रूप

$\frac{३}{२} = \frac{३\sqrt{३}+२}{७}$ अथवा

बीजास अखंड छेद

उत्तर

जास अखंड छेद

उत्तर

जास अखंड छेद

उत्तर

ड छेद

डेउत्तर

ड छेद

ड छेद

ाबाकी
प्रमाणां

णतात,
णि चव

, अ+
हेत.
वी श्रेणी

ती आहे.

, ९, ११ इत्यादि आणि

अ+१ब, अ+४ब,

त प्रमाणांत आहेत,

दुसरीचें उत्तर ब आहे.

यांचे परम उपयोगी अ

ड करून सांगितले आ

णें लिहितात. जसें,

स अ घे

ज्ञ घे

ड घे

न घे

स घे

ख्यगुण यापुढील स

जे,

१)

१)

) न

न

तेव्हां वरचे

थम पद१
?
पद आहे.
सर्वधन.
थम पद
काय

लाहानपर.
इछिलेंस

मूळ सं
नकाय

१०५०

इत्यादि विषम सं
,तीचें सर्वधन कायहो
...१

नीत्स्या या नामें एकश
सरा सूर्योदय पर्यंत,
अशारी तीनें चोविसावे
जलात, तेव्हां एकदि
? अवर ह्मणजे १ ता

उत्तर, ३०० टोले

गणित श्रेढीचे नगछ पर्यंत
,
ल.
तिसरें इत्यादि पदांचीं सर्व

धन.
न.
न.
न.
. आहे इत्यादि.
करण यानें १+२(न-१)
गछ आहे; या मोठे पदा
२ नही होईल, अथवा या
णानें स सर्वधन=न·न=
बेरिजेचें अर्ध आणि ग
वर्ग (न²) एकच आहे.

इत्यादि या

, ७२०
ीआहे, जी
सर्वधन कि

१४०
अंतरानें१००
ऽ एक यार्डा
ास आज्ञा
एक एक ख
त येतपर्यं

ऽ यार्ड
...१२००

रण.

ाहे; त्याचे
५, अशा-

त्या त्रिकोणाकृति

त्तर, १०० मनुष्यें
र्गीर आज्ञा जाली
न १२ दिवसांत एके
६ मैल, दुसरे दिव
धिक या प्रमाणें,
वालावें लागेल, आ
?

ल शेवटील मजल.
ल सर्व मिळून.

फौज बसली होती,
कल्ला घेण्यास आ
प खणिला, दुसरे
ाईउणें, आणि
व्हां किती रात्रीका
ई खणिला तें सांग.

डांत आठ मनुष्यें अ
ी हातांनीं कामकरून
ते आणि जेव्हां प्रथम
रिते. तें अशारीतीनें

ा

्कावर

ोळीचे

चे ओळीं

ओळी

ियंन सं

र.

ा.

अंतरानें

न बराब

रितात,
ाचाय या
्यंत अस

अथवा चिं
ातात.त्यां
ठेवून त्यां
ाहे, त्या
डंची याहू
च्या टोप

तें, तेथें जाऊन राहावें ऐसें दोहोंचे चित्तीं ये-
, परंतु वेगळाले समयांत; प्रथम टोळी प्र-
सापेक्षां ३ तीन मैल मजल अधिक करित हो
सरी टोळी ६ साहा मैल अधिक दोन टोळ्या
थळीं एकदांच येऊन पावल्या; ह्मणजे प्रथम
ले दिवसापासून पांचवे दिवशीं; आणि दुस
केले दिवसापासून चवथे दिवशीं, तेव्हां प्र
ति दिवशीं किती मैल मजल केली तें सांग.

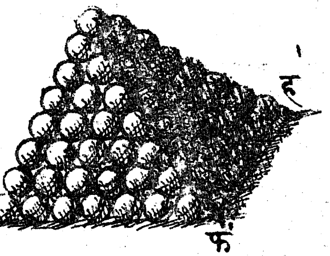
थम टोळीची श्रेढी. ५१/७, ८१/७, १११/७, १४१/७, १७१/७

सरे टोळीची श्रेढी. ४१३/१४, १०१३/१४, १६१३/१४, २२१३/१४

ाकृतींत ठेविलेले गोळ्यांचे राशींचें गणित.

गोळ्यांच्या राशी बहुतकरून तीन रीतींहीं क
पायांचे आकृतींवरून वेगळालीं नामें होता
कोण असल्यास त्रिकोण राशि ह्मणतात; पा
सल्यास चौरस राशि; आणि पाया काटकोन
ल्यास काटकोन चौकोन राशि.

दुसरी आकृति.

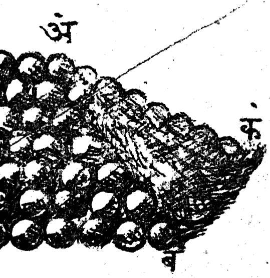


ण राशि आहे.

राशि आहे.

काटकोन चौकोन राशि

कृति.



थर एकावर एक रचिल्या

ते, अशारीतीनें कीं, प्रति

न एकेक गोळ्यानें उणी हो

वर एकच गोळा असतो.

थर एकावर एक रचिल्यापासून
ते, अशारीतीनें कीं, प्रतिथराचे ए
ासून एकेक गोळा उणा होतजा
स त्या राशीवर एकच गोळा-

रस राशी मध्यें, बाजू किंवा मुरवें
ृत; आणि त्या बाजूंतील गोळे ग
वें प्रथमपद १, शेवटीलपद आ
ल गोळ्यांचे संख्ये बरोबर; कार
ा आकृतीचे कोण तेही एक को
ा सर्वदा पायाचे एक बाजूंतील गो
ाहे त्रिकोण अथवा चौरस
ुखें यास गणित त्रिकोण ह्मण
त्रिकोणांतील गोळ्यांचे संख्ये
तात अबक प्रथम आकृ
दुसरे आकृतींतील गणित

राशि कल्पनें करून याप्रमाणें
बकड चौकोनराशीवर अ
ातके गणित त्रिकोण ठेविले.
ूचे बाहेर त्याच बाजूंत गोळे

बरोबर आहेत आणि त्या
र्वदां त्याचे बरोबर आहे, जे
उणा अथवा पायाचे लाहा
ाकी बरोबर आहे.
प्रथम आकृति ह्मणजे त्रि-
ख्या काय आहे?
राशींत गोळ्यांचे समपात
प्रत्येकीं समबाजू त्रिकोण
ीलगोळे गणित श्रेढी आहे
ळपद, आणि गच्छ हीं कळलीं
ीं, या आठ थरांची अथवा
ोण राशींतील सर्व गोळ्यां

म अथवा
ोळ्यांची संख्या
हेला =(८+१) × ४ = ३६
सरा =(७+१) × ३½ = २८
सरा =(६+१) × ३ = २१
था =(५+१) × २½ = १५
चवा =(४+१) × २ = १०
हावा =(३+१) × १½ = ६

सातवा =(२+१)×१= ३

आठवा =(१+१)×२= १

शीतील बेरीज १२०

फगह दुसरी आकृति, या चौरस
ांची संख्या काढ. जिचे ईफ खालचे
आठ गोळे आहेत.

ओळींत गोळे ८ आहेत, आणि तिचे वरचें
ह्मणून त्या ओळी या श्रेढींत आहेत
७, २, १ यांत प्रत्येकपद त्या त्या चौर
ळ आहे ज्या थरापासून चौरसराशि
पासून निघतें कीं, या मूळपदांचे वर्ग
ी गोळ्यांची संख्या आहे; ह्मणजे वर्गा
+ ६ + ५ + ४ + ३ + २ + १ = २०४ आहेत.
ीतील इच्छिले गोळे जाले.

बकडईफ तिसरी आकृति; याका
ाशींतील गोळ्यांची संख्या काढ. जींत
णि बक = ७

इच्छिली काटकोन चौकोन राशि, अ
राशि, जिचे खालचे थराचे एके ओळीं
; आणि या शिवाय ९ गणित त्रिकोण,

९

गळ कळले आहेत, त्यांणीं
रितां जर चौरस राशीचे

१४०

२५२

न राशींतील गोळ्यांची सं-

टीप.

त्रिकोण राशि आणि चौको
मथरांतील गोळ्यांची संख्या
कोष्टक खालचे थराचे एक
पासून ४० पर्यंत दाखवितो;
थवा प्रत्येक थरांतील संख्या;
बेरीज दाखवितो; ह्मणजे
रीज. ज्या संख्यांस बहुते
कोष्टक अ कोष्टकांतील
जे प्रत्येक समथरांतील
ष्टक या चौरस थरांची
ील गोळ्यांची संख्या दा-

ब	अ	ड	ई
त्रिकोण संख्या	मूळ अंक	मूळ अंकांचे वर्ग	या वर्गांची बेरीज
१	१	१	१
३	२	४	५
६	३	९	१४
१०	४	१६	३०
१५	५	२५	५५
२१	६	३६	९१
२८	७	४९	१४०
३६	८	६४	२०४
४५	९	८१	२८५
६६	११	१२१	५०६
७८	१२	१४४	६५०
९१	१३	१६९	८१९
१०५	१४	१९६	१०१५
१२०	१५	२२५	१२४०
१३६	१६	२५६	१४९६
१५३	१७	२८९	१७८५
१७१	१८	३२४	२१०९
१९०	१९	३६१	२४७०
२१०	२०	४००	२८७०
२३१	२१	४४१	३३११
२५३	२२	४८४	३७९५
२७६	२३	५२९	४३२४
३००	२४	५७६	४९००
३२५	२५	६२५	५५२५
३५१	२६	६७६	६२०१
३७८	२७	७२९	६९३०
४०६	२८	७८४	७७१४
४३५	२९	८४१	८५५५
४६५	३०	९००	९४५५
४९६	३१	९६१	१०४१६
५२८	३२	१०२४	११४४०
५६१	३३	१०८९	१२५२९
५९५	३४	११५६	१३६८५
६३०	३५	१२२५	१४९१०
६६६	३६	१२९६	१६२०६
७०३	३७	१३६९	१७५७५
७४१	३८	१४४४	१९०१९
७८०	३९	१५२१	२०५४०
८२०	४०	१६००	२२१४०

राशींतील खालचे थराचे एके
ल, तर सर्वराशींतील गोळे १३३०
ोरस राशींतील गोळे २४७० हो
त किंवा त्रिकोण राशींच्या संख्या
त्यानें खालचे थराचे ओळीची सं

काटकोन चौकोन राशीची ही सं
यांत लहान बाजूंत ४० पेक्षां अधि
लहान आणि मोठी या बाजूंची
धिक नसेल असें एक काटकोन चौ
ाजूंत १५ आणि मोठे बाजूंत २५
ीं,चौकोन राशीची ह्मणजे कल्प
ान चौकोन राशि जाली आहे,
ून काढावी; ह्मणजे एक चौर
ढावी, जिचे खालचे थराचे एके
हता! ह्मणजे ही कोष्टकांत १२४०
त्रिकोणाचे खालचे ओळींत सं-
समोरची त्रिकोण संख्या १२० यां
ण, चौरसाचे बाहेर २० त्रिकोण
ारसराशीची संख्या मिळवावी,
२४० = २४०० + १२४० = ३६४०

काटकोन चौकोन राशींतील गोळ्यांची
जाली.

दुसरीटीप.

जाचे सारणीकोष्ठक कोणतेही राशींती
रव्या स्वल्प श्रमानें आणि त्वरेनें काढाया
ात.

शीचें गणितकरा- } $\frac{(न+२)\times(न+१)\times न}{६}$
ी कोष्ठक आहे. }

शीचें गणितकरा } $\frac{(न+१)\times(२न+१)\times}{६}$
कोष्ठक आहे. }

त न अक्षर खालचे थराचे एक ओळी
वितें! ह्मणजे जिचे खालचे थराचे एक
आहेत, त्या त्रिकोणराशीमध्यें सग
होईल.

$\frac{(३०+२)\times(३०+१)\times ३०}{६}$ = ४९६० गोळे.

, जिचे खालचे थराचे एक ओळींत
ांची संख्या हीच होईल. $\frac{(३०+१)\times(६०+१)\times ३०}{६}$

ोकोन राशीचा सारणी कोष्टक हा आ
)×न ज्यांत न अक्षर थरांची संख्या

र वरचे थराची एकोन संख्या
कोन चौकोन राशीमध्यें ३०थ
ांत ३१ गोळे आहेत.
२३४०५ गोळे.

रीटीप.

ऋगम आहे, जिणें तीन प्रका
त्रिकोण राशि, चौरसराशि,
ाशी, यांतील गोळ्यांची संख्या-
ासरे आकृतीवर लक्ष्य ठेऊन

×२ बडक–त्रिकोणराशीं

×२ गफह–चौरसराशीं

)×२ अबक–काटकोन
ी संख्या.
ीति निघते, पायाचे बाजूचे ए
ख्या आहे ती, आणि तिरशी
चे ओळींतील संख्या, (ती
) आणि पायाशीं समांतर रा

या, अशाया तीन संख्या एकत्र मि
तिर्कस बाजूंतील गोळ्यांचे संख्ये
ावी, तो गुणाकार राशींतील इ

ण आणि श्रेढी.

जे एकपद दुसरे पदाच्या काय
ुणक आहे; अथवा एकपद दु
, असा विचार करतां पद संबंधि
दोन पदांतील प्रथम पदास
ि दुसरे पदास उपाग्रसर. त्या
ाकार आहे. जें एक दुसऱ्यानें

ाणांत आहेत, जेव्हां दोन यु
हे, अथवा जेव्हां प्रथम पद
गुणक आहे, तसाच तिसरें
, ८ आणि **अ, अर, ब,**
आहेत.
ाणि $\frac{अर}{अ}=\frac{बर}{ब}=$ र, आणि

सें, ३ : ६ :: ४ : ८, इत्या

ींतील सर्व पदांचें गुणो
सें, १, २, ४, ८, १६.
त.

गुण हाच आहे कीं, को
अथवा कोणते ही एकप
णाकारा बराबर आहे.
तरानें दोहोंकडून घे
ांतील. १, २, ४, ८, १६.
=४×१६=८×८=६४

जर
दाखवितो.

एकपदाची किंमत
ळ. यापुढील सामान्य

$$र = \left(\frac{ह}{अ}\right)^{\frac{1}{न-1}}$$

$$ह = अ \times र^{न-1}$$

$$अ = \frac{ह}{र^{न-1}}$$

$$न = \frac{लॉ\cdot\frac{रह}{अ}}{लॉ\cdot र} = \frac{लॉ\cdot र + लॉ\cdot ह - लॉ\cdot अ}{लॉ\cdot र}$$

$$स = \frac{र^{न}-1}{र-1} \times अ = \frac{र^{न}-1}{र-1} \times \frac{ह}{र^{न-1}} = \frac{रह - अ}{र-1}$$

णी अनंत आहे, तेव्हां अतिलाहानपद **अ**
णि सर्वधन स $= \frac{रह}{र-1}$ होतें.

ही चढते भूमिति श्रेणीमध्यें अथवा को
ध्यें ज्याचा आरंभ १ पासून होतो, तर ति
तवें इत्यादि पदें वर्ग होतील. चवथें, सा
त्यादि पदें घन होतील; आणि सातवें व
होईल. जसें या श्रेणींत १, र, $र^{2}$,
$र^{3}$, $र^{4}$, $र^{5}$ इत्यादि, $र^{2}$, $र^{4}$, $र^{6}$, $र^{8}$,
$र^{3}$, $र^{6}$, $र^{9}$, हे घन आहेत; आणि $र^{6}$ हा
ही आहे.

ती श्रेढीमध्यें गुणोत्तर र अपूर्ण आहे, आणि
अ.

नंत असेल, तर स $= \frac{अ}{1-र}$ यांत **अ** प्र
ती.

पदें प्रमाणांत आहेत. जसें, **अ**, **अ**
अथवा. २, ६, ४, १२, तेव्हां त्या पदांची

पर प्रमाणांत होतील.

ः:बः बर,   अथवा

ः : बरःब, ——

ः अरःबर, ——

-अरः : बःब+बर, ——

र-अ : : बःबर-ब, ——

ःअर-अ : : बर+बःबर

रकः:बः बर. ——

: बर. ——

र पदें समस्वर प्रमाणांत
न ∝ बः क ∝ ड.अ
ै, बै, कै, डै, गणितप्रमा

उदाहरणें.

एक भूमिति श्रेढीचें प्रथम पद १ आहे,
गछ १२, इचें सर्वधन काय होईल?
तां १×२ = १×२०४८ हें अति मोठें पद आहे.
$\frac{२०४८×२-१}{२-१} = \frac{४०९६-१}{१} = ४०९५$ हें इ

क भूमिति श्रेढीचें प्रथम पद $\frac{१}{३}$ आहे, गु
गछ ८, तिचें सर्वधन काय होईल?
$(\frac{१}{२})^७ = \frac{१}{३}×\frac{१}{१२८} = \frac{१}{३८४}$ हें अति मोठें पद.
$\frac{१}{३८४}×\frac{१}{२}) ÷ (१-\frac{१}{२}) = (\frac{१}{३}-\frac{१}{७६८}) ÷ \frac{१}{२} =$
हें इछिलें सर्वधन.

, २ , ४ , ८ , १६ , ३२ इत्यादि
र्वधन काय?

उत्तर, १०४८५७५

, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{८}$, $\frac{१}{१६}$, $\frac{१}{३२}$ इत्यादि गछ ८,
य?

उत्तर, १ $\frac{१२७}{१२८}$

$\frac{१}{३}$, $\frac{१}{९}$, $\frac{१}{२७}$, $\frac{१}{८१}$ इत्यादि गछ १०, या
?

उत्तर, १ $\frac{९८४१}{१९६८३}$

, ८, १६, ३२ इत्या

२२९४०१४९६७०३२०५३७५

जवळ बहुत चांगला ए-

नुष्यानें पाहून विकत-

प्रतिज्ञा सांगितली कीं,

आहेत, त्यास प्रथमचु

वे त्याचे दुपटीनें वाढते,

ल त्यास घोडा मिळेल

तो घोडा घेणें तर कि

पा. रु.

९१.. ० .. ७५

ी.

क्तपद भाजक आहे,

संयुक्त करणी पदाचें

ं. अथवा दुसरें कांहीं

वाढविली तरी अं

. जसे अपूर्णांकगणितांत दशांश[*]
ती एक पदें प्रथम उत्पन्न करून, श्रेणीच
ईल, आणि तपशिलाचा श्रम केल्यावांचू
श्रेणी पुढें चालवितां येईल.

प्रथमकृत्य.

दांस भागाकारानें अनंत श्रेणीचें रू

रीति.

रीतीनें अंशछेदांनीं भागावे, आणिहे
इच्छा आहे पर्यंत वाढवावें, ह्मणजे इ-
णी उत्पन्न होईल.

उदाहरणें.

$\frac{अब}{अ+ब}$ यास अनंत श्रेणीचें रूप दे.

ब(२ब $- \frac{२ब^२}{अ} + \frac{२ब^३}{अ^२} - \frac{२ब^४}{अ^३} +$ इत्यादि.

ी रीति डांकतर वालिस साहेब यांहीं प्रथम कामांत आणि
सवीमध्यें त्याणीं गणित पुस्तकें छापिलीं त्यांत $\frac{अ}{१-र}$ हेंअ
कारानें भागतां भागतां ही अनंत श्रेणी रीति उत्पन्न
+ अर^२ + अर^३ + इत्यादि.

२ ब
अ

२ ब
अ इत्यादि.

न श्रेणीचें रूप दे.

+ अ + अ + अ + इत्या.

अ
अ
अ - अ

$+ अ^{३}$

$+ अ^{३} - अ^{४}$

$+ अ^{४}$ इत्यादि

$\frac{ब}{अ+क}$ यास अनंत श्रेणीचें रूप दे.

र, $\frac{ब}{अ} \times (१ - \frac{क}{अ} + \frac{क^{२}}{अ^{२}} - \frac{क^{३}}{अ^{३}} +$ इत्यादि).

$\frac{\ }{-ब}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

र, $१ + \frac{ब}{अ} + \frac{ब^{२}}{अ^{२}} + \frac{ब^{३}}{अ^{३}} +$ इत्यादि.

$\frac{-क्ष}{+क्ष}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

र, $१ - २क्ष + २क्ष^{२} - २क्ष^{३} + २क्ष^{४} -$ इत्यादि.

$\frac{अ^{२}}{(अ+ब)^{२}}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

र, $१ - \frac{२ब}{अ} + \frac{३ब^{२}}{अ^{२}} - \frac{४ब^{३}}{अ^{३}} +$ इत्यादि.

क = २ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

दुसरें कृत्य.

करणी पदास अनंत श्रेणीचें रूप द्याव

रीति.

नीनें त्याचें मूळ काढावें, आणि हें मूळ क्र
र्यंत वाढवावें, ह्मणजे इछिली अनंतश्रे
ल; परंतु ही रीति वर्ग मूळ काढायास उ

…ाचें मूळ काढायास बहु

…णें.

… अनंत श्रेणींत मूळ काढ.

… [illegible] इत्यादि.

[illegible]

… [illegible] इत्या.

… अनंत श्रेणींत वाढीव.

… [illegible] इत्यादि.

…त श्रेणींत वाढीव.

… [illegible] इत्यादि.

…ननंत श्रेणींत वाढीव.

$\sqrt{अ^{२}-२बक्ष-क्ष^{२}}$ यास अनंत श्रेणीं

तिसरें कृत्य.

द्वियुक्पदाचें मूळ काढायाचें, अथवा
ास अनंत श्रेणीचें रूप द्यावयाचें.
ढील सारणी कोष्टका पासून होतें, असें
क्षरांचे स्थानीं द्वियुक्पदाचीं अक्षरें ठेवि

$$= प^{\frac{म}{न}} + \frac{म}{न} अक + \frac{म-न}{२न} बक + \frac{म-२न}{३न}$$

दि.

थम पद दाखवितो.
सरें पद प्रथमानें भागिलें तें दाखवितो.
ा किंवा मूळ याचा प्रकाशक दाखवितो.
ड इत्यादि अक्षरें त्यांचे त्यांचे पूर्वी
तात.

उदाहरणें.

$न^{२}+ब^{२}$ याचें वर्गमूळ अनंत श्रेणींत

, $\frac{म}{न} = \frac{१}{२}$! याजकरितां

णीचें प्रथम पद.

ब हें श्रेणीचें दुसरें पद.

— $\frac{ब^२}{२·४अ^३}$ = क हें श्रेणीचें

$\times \frac{ब}{अ} = \frac{३ब^३}{२·४·६अ^५}$ = ड

$\frac{ब^२}{२·४अ^३} + \frac{३ब^३}{२·४·६अ^५}$ — इत्या

$\frac{ब^३}{१६अ^५} - \frac{५ब^४}{१२८अ^७}$ + इत्यादि.

थवा त्याचे बरोबर किम

नंत श्रेणींत किंमत काढ.

— $\frac{क्ष}{अ}$, $\frac{म}{न} = \frac{-२}{१} = -२$;

णीचें प्रथम पद.

पुढें सांगतों, त्या प्रकारें सुगम करावी.
कोणती ही करणी छेद स्थळांतून अं
छेदस्थळीं नेणें हें तिचें प्रकाराक
= १ × क्ष अथवा क्ष, इतकें मात्र, आ
(अ+ब) इतकें मात्र, आणि $\frac{अ}{(अ+क्ष)}$ = अ
आणि $\frac{(अ+क्ष)^२}{(अ-क्ष)^२} = (अ+क्ष)^२ \times$

$\times -\frac{क्ष}{अ} = \frac{२ क्ष}{अ^{२}} = २ अ^{३} क्ष = ब$

$\frac{क्ष}{अ^{२}} \times \frac{-क्ष}{अ} = \frac{३ क्ष^{२}}{अ^{३}} = ३ अ^{४} क्ष^{२} = क$

$\times \frac{३ क्ष^{२}}{अ^{४}} \times \frac{-क्ष}{अ} = \frac{४ क्ष^{३}}{अ^{५}} = ४ अ^{५} क्ष^{३}$

पद.

$३ अ^{४} क्ष^{२} + ४ अ^{५} क्ष^{३} +$ इत्यादि.

$\frac{३ क्ष^{२}}{अ^{४}} + \frac{४ क्ष^{३}}{अ^{५}} + \frac{५ क्ष^{४}}{अ^{६}}$ इत्यादि इति

ची किंमत अनंत श्रेणींत काढ.

$+ \frac{क्ष}{अ} + \frac{क्ष^{२}}{अ^{२}} + \frac{क्ष^{३}}{अ^{३}} + \frac{क्ष^{४}}{अ^{४}}$ इत्यादि.

अथवा $\frac{१}{(अ + क्ष)^{२}}$ याची किंम

$+ \frac{२ क्ष^{२}}{८ अ} - \frac{५ क्ष^{३}}{१६ अ}$ इत्यादि.

यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

$+ \frac{३ ब^{२}}{अ^{४}} + \frac{४ ब^{३}}{अ^{५}} + \frac{५ ब^{४}}{अ^{६}} +$ इत्यादि.

अथवा $(अ - क्ष)^{२}$ यास

$- \frac{क्ष}{२ अ} - \frac{क्ष^{२}}{८ अ} - \frac{क्ष^{३}}{१६ अ} - \frac{५ क्ष^{४}}{१२८ अ}$ इत्यादि.

$- ब)$ अथवा $(अ - ब)^{२}$ याची

काढ.

$-\frac{ब^{४}}{१६अ^{७}}-\frac{५ब^{५}}{…अ^{९}}-$ इत्यादि.

, अथवा (अ + क्ष) या

ढ.

$-\frac{२क्ष^{२}}{२५अ^{९}}+\frac{६क्ष^{३}}{१२५अ^{१४}}+$ इत्यादि.

ंमूळ अनंत श्रेणींत काढ.

$\frac{ब^{२}}{…अ^{५}}-\frac{ब^{३}}{…अ^{८}}$ इत्यादि.

यनमूळ अनंत श्रेणींत का

$\frac{…ब^{२}}{…अ^{…}}-\frac{१४ब^{३}}{८१अ^{…}}$ इत्यादि.

दुसरा भाग.

कल्य.*

चि वजाबाक्यांच्या वेगळा

.

यांतून वजा करावें, तसें

णि वर्गसमीकरण हीं विकल्या

तिसरें चौथ्यांतून, या प्रमाणें पुढें
न एक नवी श्रेणी उत्पन्न होईल,
म परंपरा ह्मणतात.
णींतील प्रथमपद दुसऱ्यांतून व
सऱ्यांतून, या प्रमाणें पूर्ववत् करा
यांपासून एक दुसरी श्रेणी उत्पन्न
ची दुसरी परंपरा ह्मणतात.
ां पुढें तिसरी चौथी पांचवी इत्यादि
या परंपरा काढाव्या, बाकी ० होईप
जन आहे पर्यंत.

उदाहरणें.

, ४, ८, १३, १९, २६. इत्यादि
क्यांच्या वेगळाल्या परंपरा काढ.
४, ८, १३, १९, २६ इत्यादि सं

, ४, ५, ६, ७ इत्यादि प्र

१, १, १, १ इत्यादि दु

०. ०. ० इत्यादि ति

याजवर काम स्तब्ध जालें.

, १६ , ३२ , ६४ , १२८

त्यांच्या वेगळाल्या परंपरा

, ३२ , ६४ , १२८ इत्या

१६ , ३२ , ६४ इत्या

, १६ , ३२ इत्या

८ , १६ इत्या

, ८ इत्या

४ इत्या

इत्या

४ इत्या

वेगळाल्या परंपरा काढ.

रंपरा १,१,१,१ इत्यादि.
परंपरा ०,०,० इत्यादि.
४, ९, १६, २५ इत्यादि या व
णीचे वजाबाक्यांच्या वेगळाल्या परं

रंपरा ३,५,७,९ इत्यादि.
रंपरा २,२,२ इत्यादि.
रंपरा ०,० इत्यादि.
, ८, २७, ६४, १२५ इत्यादि या
श्रेणीचे वजाबाक्याच्या परंपरा का

६, २०, ५०, १०५ इत्यादि या
ाच्या परंपरा काढ.

दुसरें कृत्य.

ीचें कोणतेंही पद काढायाचें.

रीति.

, क, ड, ई, इत्यादि सांगित
आणि ड', ड'', ड''', ड'''', इत्या

ी प्रमाणें काढिले वाक्यां
ुक्रमें दाखवायासअसा
ढिले पदाचें स्थळ दाख

$- \cdot$ डु $+ \frac{न-१}{१} \cdot \frac{न-२}{२} \cdot$ डुँ
$\frac{न-१}{१} \cdot \frac{न-२}{२} \cdot \frac{न-३}{३} \cdot \frac{न-४}{४}$
ह.

रणें.

२, १४, २० इत्यादि

४, २० इत्यादि सांगित

, ८ इत्यादि प्रथम

१ इत्यादि दुसरी

इत्यादि तिसरी

डुँ = ० आणि अ = २. न

$+\frac{न-1}{1}\cdot ड+\frac{न-1}{1}\cdot\frac{न-2}{2}\cdot ड^{2}=2$

$\cdot\frac{10-2}{2}\times 1=2+27+36=65$ इ

त्तर.

, १२, २०, ३० इत्यादि, या श्रेणीं

, १२, २०, ३० इत्यादि सांगितली

, ८, १० इत्यादि प्रथम प

, २, २ इत्यादि दुसरी पं

०, ० इत्यादि तिसरी प

$ड=2$, आणि $अ=2$, $न=20$

$\cdot ड+\frac{न-1}{1}\cdot\frac{न-2}{2}\cdot ड^{2}=2+$

$2+76+342=420$ इतकें वि

.

, ६, १० इत्यादि, या श्रेणीचें

उत्तर, १५

, १२, १९ इत्यादि, या श्रे

४२

हे?

उत्तर, ६४

२७, ६४, १२५ इत्यादि, याश्रे

उत्तर, ८०००

रेंकृत्य.

ीचीं पदें एकमचे अंतरानें अ
ापासून कोणतें ही आंतलें प

ीति.

ाचें पद दाखवायाकरितां य
रंभापासून त्या पदापर्यंत अं
ावें. आणि ड' ड'' ड''' ड''''
प्रथम पदें दाखवायास असा

क्षड + क्ष $\cdot \frac{क्ष-१}{२} \cdot$ ड'' + क्ष$\cdot$
$\frac{क्ष-१}{२} \cdot \frac{क्ष-२}{३} \cdot \frac{क्ष-३}{४} \cdot$ ड'''' + इ
होईल.

उदाहरणें.

१, ४, ३, ५, २, ६, १, ७ आ
लागरतंम भुजज्या सांगितली आहे
६, १५ यांची लागरतंम भुजज्या का

प्रथ०परंपरा दु०परं० ति०प०

६			
२	२३५१६		
		—१२६	
	२३३९०		१
२		—१२७	
	२३२६३		४
५		—१२३	
	२३१४०		
७५			

, ६, १५ — २, ४ = २, १५) = ...
ापनाचें अंतर, अ=८.७२८३३६६,
, डे = — १२६, आणि डे = १,
क्षडे + क्ष० $\frac{क्ष-१}{२}$०डे + क्ष० $\frac{क्ष-१}{२}$०$\frac{क्ष-२}{३}$
+ ... डे + ... डे) = ८.७२८३३६५+
००१७७१८७५ + ०००००००११७ =
२९६ इतिली लागरतंम भुजज्या आ

..., ..., ..., ..., ... ही सांगितली श्रे-

४५

या दोन पदांचे मधील पद

उत्तर, ३०५

" १ , १ " २ आणि १ " ३

ा सांगितली आहे, आणि

तंम भुजज्या इछिली आ

उत्तर, ८·२५३७५३३

कृत्य.

तेंही मधील पद काढायाचें,

णीच्या प्रथम वाक्या लघु

ते.

ड , इ , फ इत्यादि अ

ी दाखवायास घ्यावीं, आ

संख्या.

+न· $\frac{न-१}{२}$·क–म· $\frac{न-१}{२}$·

२·ई – इत्यादि=० यापा

उदाहरणें.

, ११ , १२ , १३ आणि १५ यांचीं व
आहेत, आणि इछिलें आहे कीं, चौदांचें

, आणि **ई** = इछिलें पद.

√१० = ३·१६२२७७६

√११ = ३·३१६६२४८

√१२ = ३·४६४१०१६

√१३ = ३·६०५५५१२

√१५ = ३·८७२९८३३

= ५, आतां श्रेणी ६ पदें पावेतों वा
ाजकरिलां **अ** − **न ब** + **न** $\frac{न-१}{२}$.
$\frac{}{३}$. ड + न. $\frac{न-१}{२}$. $\frac{न-२}{३}$. $\frac{न-३}{४}$. **ई** − न.
$\frac{}{५}$. **फ** = ० नंतर **ई** ची किंमत का
ांतरानें हें उत्पन्न होतें. न. $\frac{न-१}{२}$.
− **अ** + **नब** − न. $\frac{न-१}{२}$. **क** + न.
$\frac{न-१}{२}$. $\frac{न-२}{३}$. $\frac{न-३}{४}$. $\frac{न-४}{५}$. **फ**. यास
त हें रूप होतें. ५ **ई** = − ३·१६२२७७

३·४६४१०१६)+

८३३=५५·५११६१९३

८७, आणि ई =

इच्छिलें मूळजवळज

४१ आणि ४२ यां

आणि इच्छिलें आहे

, ६·३२४५५५३२

४८ आणि ४९, यां

आणि इच्छिलें आहे

तर, ३·६८४०३२

.

करवायाचें.

पदामध्यें अव्यक्त

पदाचे किमतीचा शो

होतो, ज्या श्रेणींत

चे घात आणि व्यक्त

ं.

रीति.

क पदाची किंमत दाखवाया करितां ए
ां, तिचें रूप फिरवायाचें सांगितले श्रे

णी आणि इचे घात सांगितले श्रेणीचीं
ण घात यांचे स्थळीं ठेवावीं.
जालेलीं तीं पदें सांगितले श्रेणीतील त
दांचे बरोबर करावीं, ह्मणजे घेतले वे
मत उत्पन्न होते.

उदाहरणें.

अ क्ष + ब क्ष + क क्ष + ड क्ष + इत्य
गितली श्रेणी असावी. यांतील क्ष ची वि
आणि व्यक्तपदांत काढावी.
= क्ष घे, तेव्हां स्पष्ट आहे कीं, जर ज्ञ अ
त सांगितले श्रेणी मध्यें क्ष आणि त्यां
ीं ठेविले तर ज्ञ चे घात प्रकाशक हे
, ३ न, ४ न इत्यादि, आणि १, याउ
. आणि या घात प्रकाशकांच्या वजाब

२ , ४ इत्यादि. ह्मणजे
णीच घात प्रकाशकांच्या-
घा; ह्मणून घेतली श्रेणी
शै + कझै + डझैं + इ
णी वर्गादिकें करून वाढ
वर्गादि घातस्थळीं ठेवि
ईं रूप होईल.

झै+अडझैं+ इत्यादि.
झै+२बअकझैं+ इत्यादि.
+ बबैझैं + इत्यादि. } =झ
+३कअैबझैं + इत्यादि.
+ डअैंझैं+इत्यादि.

चे सारिखे घात आहेत
तात.

अ = अै,
अथवा ब = (− बअै / अ) = − ब / अै
झै = ०) अथवा क = (−२
ड = (− २बअक + बबै + / अ
अैड इत्यादि.

अझ+बझै+कझै+ इ-
क.झै − ५बै−अबक+अैड / अै.

छिली श्रेणी जाली.

न्न जालेली श्रेणी, ज्यांत सांगि
क पदांचे घातां सारिखे घात आ
रण सारणी कोष्टक आहे.

$क्ष^{२} + क्ष^{३} - क्ष^{४} +$ इत्यादि $= झ$,
त इछिली आहे.

$ब = -१, क = १, ड = -१$ इत्यादि,
रणाचे समीकरणांत ठेऊन हें
$झ + झ^{२} + झ^{३} + झ^{४} +$ इत्यादि हें

$\frac{क्ष^{२}}{२} + \frac{क्ष^{३}}{३} - \frac{क्ष^{४}}{४} +$ इत्यादि, $= य$,
ी आहे.

करून $अ = १, ब = -\frac{१}{२}, क = \frac{१}{३}, ड$
र्व उदाहरणाचे समीकरणांत
, $क्ष = य + \frac{य^{२}}{२} + \frac{य^{३}}{६} + \frac{य^{४}}{२४} +$ इ-

ाहावेंकृत्य.

तश्रेढीचें न पदापर्यंत सर्व धन

, ड , ड्, इत्यादि अक्षर
खवायासेघे, स = न पदपर्यंत
", ड" इत्यादि चिन्हें प्रथम
गळाल्या परंपरा दाखवाया

$न\cdot\frac{न-1}{2}\cdot ड' + न\cdot\frac{न-1}{2}\cdot\frac{न-1}{3}\cdot$
$\cdot ड''' + न\cdot\frac{न-1}{2}\cdot\frac{न-2}{3}\cdot\frac{न-3}{4}\cdot$
, हें न पदपर्यंत श्रेणीचें इछि

२, ३, ४, ५ इत्यादि न
नकाढायाचा.
, ४, ५ इत्यादि सांगितली

१, १ इत्यादि प्रथम परंप

, ० इत्यादि दुसरी परंप

, ड''=०, तेव्हां न अ + न·
$-न\cdot ड = \left(\frac{2न+न^2-न}{2}\right) = \frac{न\cdot\overline{न+1}}{2}$

$$\frac{८०}{क्ष} = \frac{८०}{क्ष+४} + १$$

$$८० = \frac{८० क्ष}{क्ष+४} + क्ष$$

गुण्णून $८० क्ष + ३२० = ८० क्ष + क्ष^{२} + ४ क्ष$

तूंतून टाकून $क्ष^{२} + ४ क्ष = ३२०$

$$क्ष^{२} + ४ क्ष + ४ = ३२४$$

$$क्ष + २ = १८$$

तर करून $क्ष = १८ - २ = १६$ मेंढ्यांची सं

दोन संख्या काढ, अशा कीं त्यांची बेरी

आणि त्यांचे चतुर्घातांची बेरीज ४७२१

ोन संख्यांची वजाबाकी दाखवायास

त ह्मणजे $\frac{अ+क्ष}{२}$ ही मोठी संख्या.

: क्ष ह्मणजे $\frac{अ-क्ष}{२}$ ही लाहान संख्या आ

ाणें . . $\frac{(अ+क्ष)^{४}}{१६} + \frac{(अ-क्ष)^{४}}{१६} = ब$

. . $(अ+क्ष)^{४} + (अ-क्ष)^{४} = १६$

चीबेरीज $२ अ^{४} + १२ अ^{२} क्ष^{२} + २ क्ष^{४} = १६ ब$

क्ष⁴ + ६अ²क्ष² = ८ब − अ⁴

अ²क्ष² + ९अ⁴ = ८ब + ८अ⁴ =

क्ष² + ३अ² = $\sqrt{८(ब+अ^4)}$

...त क्ष² = $\sqrt{८(ब+अ^4)} - ३अ^2$

क्ष = $\sqrt{\sqrt{८(ब+अ^4)} - ३अ^2}$

...किंमत १३ आणि बची ४७२१

...+२८५६१) − ५०७

...७

...किंमत ह्मणजे दोन संख्यां

... = $\frac{१३+३}{२}$ = $\frac{१६}{२}$ = ८ ही मोठी

...$\frac{-३}{२}$ = $\frac{१०}{२}$ = ५ ही लाहान सं

...आणि ८⁴ + ५⁴ = ४७२१ हें उत्तर.

... काय आहे. कीं जिचा वर्ग

...४२ होतात?

उत्तर, ६

...या काढ अशा कीं त्यांतील ला

ोठे संख्येस होईल. जशी मोठी संख्या
. आणि त्या दोन संख्यांचे वर्गांची बे

उत्तर, ३ आणि ६

त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यांची
नाहेत, आणि ज्यांचे घनांची वजाबा-

उत्तर, ३ आणि ५

त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यां
ातात, आणि ज्यांचे घनांची बेरीज ७२

उत्तर, २ आणि ४

त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यां
० आणि ज्यांचे घनांची वजाबाकी ६१

उत्तर, ४ आणि ५

१ या संख्येचे दोन भागकर, असे
ांचे वर्गांचा गुणाकार ७८४ होतील.

उत्तर, ४ आणि ७

ा संख्येचे दोन भागकर, असे कीं
परानें वेगळाले भागिले असतां त्या

उत्तर, १ आणि ४

चे दोन भागकर, असेकीं
ाकींचे आठपट होईल.

उत्तर, ४ आणि ८

येचे दोन भागकर, असे
ा वर्ग मोठे भागाचे दुप
धिक होईल.

उत्तर, ४ आणि ६

रव्या काय आहेत, कीं
ाणि ज्यांची बेरीज त्यां-
असतां १०४ होतात?

उत्तर, ५ आणि ८

ाय आहे, कीं ज्या संख्ये
नमूळ अंकांचे गुणाका
गाकार ५ $\frac{1}{3}$ येतो, आ-
ळ तर बाकींत त्या संख्येंती
ाति होते?

उत्तर, ३२

ख्येचे तीन भागकर, असे
ार २७० होईल, तसें प्र

नरा या दोन भागांची वजाबाकी दुसरा
ांचे वजाबाकीहून २ या संख्येनें उणी

उत्तर, ५, ६ आणि ९

वा, गणितप्रमाणांत तीन संख्या का
ंची बेरीज ५६, आणि प्रथम संख्येचीति
ाची दुपट, आणि तिसरे संख्येची तिप
३२ होतील.

उत्तर, २, ४ आणि ६

१३ या संख्येचे तीन भागकर, असेकीं
तर बराबर असेल, आणि त्या वर्गांची
ळ.

उत्तर, १, ५ आणि ७

, गणितप्रमाणांत तीन संख्या का
ांचे उत्तर बराबर, तसें ज्यांची बेरीज
चतुर्घातांची बेरीज १६२ होतील.

उत्तर, ३, ४ आणि ५

गणितप्रमाणांत तीन संख्या काढ,
उत्तर बराबर, आणि त्यांतील लाहा
ोठे दोन संख्यांचे गुणाकारांत मिळ
होतील, आणि अतिमोठे संख्येचा व

ारांत मिळविलातर ४४

त्तर, २, ४ आणि ६
क या तिघांजणांनीं
मिळविला, त्यांत जर ब
कानें युक्त केलातर १२०
याचे वर्गमूळानें युक्तके
त्या त्रिवर्गीत एकेकाचा

०, ब चा १००, क चा १४४
ांत तीन संख्या काढ,
३, आणि त्या संख्या
णिल्या असतां त्या ती
ोल.
र, २, ५ आणि ८
काढ, अशाकीं ज्यांचा
हीं मिळून ४७ होतात,
चे बेरीजेतून वजा के

त्तर, ५ आणि ७

दि समीकरण पृथक्करण.

करण अथवा तिसरे घाताचें समीकरण
ज्यांत अव्यक्त पदाचा तिसरा घात येतो.

$$क्ष^{३} - अक्ष^{२} + वक्ष = क$$

समीकरण तेंच होय, कीं ज्यांत अव्यक्त
त येतो. जसें, $क्ष^{४} - अक्ष^{३} + वक्ष^{२} - कक्ष$

समीकरण तेंच होय, कीं ज्यांत अव्यक्त
न येतो. जसें, $क्ष^{५} - अक्ष^{४} + वक्ष^{३} - क$

ुढें या प्रमाणें षट्घातादि समीकरणें जा
र्वांत सर्व घात किंवा पदें जीं समीकरणां
रणी वांचून असावीं.

मीकरण पृथक्करणाच्या सामान्य रीति
रंतु त्या अति लांबट ह्मणून ही सोपी थो
वी रीति पुढें सांगतों यारीतीवरून घ-
पृथक्करण स्वल्पांत आणि सत्वर हो

रीति.

ाचा तपशील करून दोन संख्या का

दस्थळीं वेगळाल्या ठेवा-
वेगळाल्ये चिन्हांनीं एक
सांगितली किंमत व्यक्त प
ां अंतर आहे त्या प्रमाणें
ह्यानें तें अंतर युक्त करावें.
ले दोन संख्यांची वजाबा-
कानें गुणावी, आणि गुणा
रांचीं चिन्हें सरूप आहेत त
, आणि जर तीं विरूप आहे
. किंवा या रीतीनें प्रमाणरा
रांची वजाबाकी किंवा बेरी
नाबाकीस आहे. तसें कोणतें
द्वीस होईल.
णून शेवटील भागाकार आ
मेळवावा, जर ती संख्या स
हून उणी आहे. आणि अधि
ांतून वजा करावा. ह्मणजे
मुळाचे जवळ जवळ एक सं

पूर्वी मुळा जवळ जवळ दोन

ा आहेत त्यांतून अथवा दुसरी कोणतीही
न मुळाजवळ आहे ती घेऊन पूर्वप्रमाणें
णजे दुसरें मूळ निघेल. तें असें कीं पूर्वा
वळ. या प्रमाणें पुनः पुनः करीत जावें.
मुळा जवळजवळ संख्या निघत जाईल.
प, दोन संख्या घेणें त्या अशा घ्याव्या कीं,
ा उजवेकडे शेवटीं १ राहील. कारण ही बा
्याप्रमाणें गुणक १ हा अंक होईल. आणि
समयीं लाहान अंतर कामांत घ्यावया

प, गणिताचा तपशील करिते समयीं
दोन संख्या घेणें त्यांत एक किंमतीहून
अधिक. या रीतीनें दोन मूळांक घेऊ
द्ध करायास एकच अंक काढावा. नंतर
क स्थळीं ठेवून काम चालवावें. सांगितले
क जाले तर पुनः याहून अधिक दुसरी
त करावें. कदाचित् सांगितले संख्येहून
याचे उलट दुसरी संख्या याहून उणी
वें. या दोन संख्या घेऊन गणित करि
र असा घ्यावा, कीं शुद्धपद संख्येंत
तर ही चार अंकस्थानांची संख्या घेऊन

ात शुद्ध संख्येत अंकस्था-
प्रतिगणित पर्यायांत पूर्व
नें दुपट होतात, तेव्हां दुप
नाहीं. आणि याप्रमाणें पुनः
तरोत्तर खरे मुळाजवळ जव

रणें.

क्ष=१०० या घन समीकरणा
त काढ.

पुनः ४·२ आणि ४·३ या दोन संख्या खरीं मूळें जाणून घे.

ा
र
ीं.

सं·	प्र·सं·	अव्यक्त	दु· संख्या
५	४·२	क्ष	४·३
२५	१७·६४	क्षे	१८·४९

१२५	७४·०८८ .. क्ष³ .. ७९·५०७
१५५	९५·९२८ .. बेरीज .. १०२·२१७
१००	१०० सांगितली किंमत १००
+५५	−४·०७२ .. अंतरें. +२·२१७
बेरीज	६·२८९ ही दोन अंतरांची बेरीज
	जशी ६·२८९ : ·१ :: २·२१७ : ०·०३५
४·२	ही ४·३ यांतून वजा करून
	क्ष = ४·२६५ हें जवळ जव
	ळ आहे.

णि ४·२६५ या दोन संख्या घेऊन पृ
र्ती.

अव्यक्त	. . .	दुसरी संख्या
क्ष	. . .	४·२६५
क्ष²	. . .	१८·१९०२२५
क्ष³	. . .	७७·५८१३१०
बेरीज	. . .	१००·०३६५३५
तली संख्या	. .	१००
अंतरें	. . .	+०·०३६५३५

दोन अंतरांची बेरीज
: ०·०२७५५२ : ०·०००४२११ हें
क्ष = ४·२६४५७८९ हें जवळ जव

ांगलें समजावें ह्मणून उ-
वर्गमूळादि कोष्टकांचे साहा
अति थोडक्यांत होईल.

+६३ क्ष = ५० या समीकरणा
किंमत काढ.

क्ष ची किंमत १ याहून कांहीं

पुनः १.०३ आणि १.०२.

प्र॰ संख्या	अव्यक्त	दुसरी सं॰
१.०२	क्ष	१.०३
६४.२६	६३ क्ष	६४.८९
-१५.६०६	-१५ क्ष²	-१५.९१३५
१.०६१२०८	क्ष³	१.०९२७२७
४९.७१५२०८	बेरीज	५०.०६९२२७
५०	सांगितलीकिंमत	५०
-.२८४७९२	अंतरें	+.०६९२२७

८१	या अंतरांची बेरीज ·३५४०१९
२	जसें; ·३५४०१९ : ·०१ : : ·०६९२२७
जव	: ·००१९५५५ तर क्ष =
	१·०३ – ·००१९५५५ ह्मणजे.
	क्ष = १·०२८०४ हें जवळ जव
	ळ आहे.

वेळेस पूर्वीं लिहिलें आहे त्याचें
मीकरणास तितकीं मुळें आहेत,
परंपरा येतात– अथवा तित–
करणांत अव्यक्तपदाचा सर्वांहू
जितक्या किंमतीचा आहे. ह्मण
मूळ किंवा मुळाची किंमत ए–
करणांत मुळें किंवा त्यांच्या किं
ीकरणांत तीन, चतुर्घातसमी

ही समीकरणाचें एकमूळ संनि
ह्मां राहिलीं मुळें किंवा त्यांच्या
रून काढितां येतात. आतां भा
भाज्याकरितां व्यक्तसंख्येस
बाजूस स्थलांतर करावें, ह्मण

ळ, ह्मणजे हा भाजक झा

य भागून जो भागाकार ये

होईल. ज्यांत सांगितले स

ल.

पूर्व संनिधरीतीनें काढावें.

दुसरें मूळ निघेल. नंतर

सरे समीकरणाहून एक

मीकरण करावें. नंतर या

पूर्वजवळचे रीतीनें काढावें.

ची तिसरी किंमत होईल. या

र्यंत नवें नवें समीकरण करि

करणरीतीनें वर्गपुराकरून

तील - यारीती करून सर्व

ाचे समीकरणांत एकमूळ का

त्यास ऋण चिह्न आणि क्षजो

भागाकार

–५०(क्षै–१३९७१९६क्ष+४८६१६२७

. आतां वर सांगितल्या प्रमा-

वर्गसमीकरण या रूपाचें आहे.

$$\ldots\text{०·१७१९६ क्ष} = -\text{४८·६३६२७}$$

…रून क्ष-च्या दोन किंमती या आहेत.

…आणि ७·३१५५२ आतां या दोन सांगितले

…राहिल्या दोन किंमती आहेत. म्हणजे.

…३ क्ष = ५० या समीकरणाचीं तीन मुळें हीं आहे

…८०४	त. आणि सर्व मुळांची बेरीज ब
…७६५२	राबर १५ म्हणजे ही बेरीज सां
…१५५४ ३	गितलें घन समीकरणांतील दु
…००००	सरे पदाचे वेळा प्रकाशकाचे ब

…णे म्हणूनच हीं तीन मुळें शुद्ध आहेत. नाहीं

…प. यावरचे रीतींत हा मोठा लाभ आहे. …रून पृथक्करण करून किंमत काढायास त्या …करूं द्यावें लागतें, तसें या रीतींत नाहीं. का …समीकरणाचें जें रूप आहे त्याजवरच ला …णांत कशींही करणीपदें किंवा संयुक्तप …ा पुढील उदाहरणांत.

$$\ldots\sqrt{\text{४४क्ष}^2-(\text{क्ष}^2+\text{२०})^2}+\sqrt{\text{१९६क्ष}^2-(\text{क्ष}^2+\text{२४})^2}=$$

…चें मूळ किंवा क्ष-ची किंमत काढ.

…ल्यावर सत्वर कळतें कीं, क्ष-ची किंमत

संख्या खऱ्या जाणून घे.

. . दुसरी संख्या क्ष=८

+२०) . . . ४६·४७६

+२४) . . . ६९·२८३

. . . ११५·७५९

किंमत . ११४

. . . . +१·७५९

२ हें जवळ जवळ

$=\frac{७·०}{७·२}$ हें जवळ जवळ

ाजकरितां याहून उणी ७·१

. . क्ष=७·१

(क्ष+२०) . . ४७·९७३

(क्ष+२४) . . ६५·९·४

११३·८७७

ी किंमत ११४

ं —·१२३

·१२३ : ·०२४ / ७·१

. . . . . . क्ष = ७·१२४ हें ज

ोप. ही रीति समीकरणाचें कसें ही विकट
ाजवर लागते. आणि ही रीति प्रकाशक
ावर ही लागते.

ीकरण ह्मणजे अव्यक्ताचा घात प्रकाश
तें होय. जसें, या पुढील उदाहरणांत.
ण, $क्ष^{क्ष}$ = १०० या समीकरणांत क्षची किं

मीकरणाचें पृथक्करण सत्वर करायास
ीं, समीकरणांचें लागरतंम काढून ला
हाय्यानें पदांच्या वेगळाल्या किंमती

ीकरणांत, दोन बाजूंचें लागरतंम हें आ

ग.= २ हें १०० चें लागरतंम आहे.
ापासून लवकर समजतें कीं, क्षची
ोन संख्यांचे आंत मध्याचे जवळ, प
दूर आणि ४ या संख्येचे जवळ. याज
णि क्ष = २·६ या दोन संख्या घे.
शील करितां या प्रमाणें होईल.

याचालाग=०.५५६३०२

३.६×३.६चालाग=२.००२६८९

खरालाग=२.००००००

. . . . +२.००२६८९

तरांचीबेरीज

६८९ : .००२७३ही दुसरे सं

७२७ = क्ष हें जवळ जवळ

ीं, हें थोडें कमी आहे. याजक

= ३.५९७२८ या दोन सं-

पशील करितां या प्रमाणें हो

दुसरी क्ष = ३.५९७२८

३.५९७२८ याचा लाग=०.५५५९७४

३.५९७२८×
३.५९७२८चालाग } =१.९९९९९५२

खरालाग=२.००००००

अंतरें . . . . -०.०००००४७

-०.००००० ४७

०.००००० ९९ ही अंतरांची वजाबाकी. तर

र : .००००१ : : .०००००४७ : ०.०००००० ४७४७४७

ह्हीस. $\frac{३.५९७२८००००००}{३.५९७२८४७४७४७}$ ही

मती जवळ जवळ.

क्ष^{३} + १० क्ष^{२} + ५ क्ष = २५० या समीकरणांत

ाय आहे?

उत्तर, क्ष = ४.११७९५७

क्ष^{२} - २ क्ष = ५० या समीकरणांत क्षची

उत्तर, क्ष = ३.८६४८८५४

क्ष^{३} + २ क्ष^{२} - २३ क्ष = ७० यासमीकरणांत

ाय आहे?

उत्तर, क्ष = ५.१३४५७

क्ष^{३} - १७ क्ष^{२} + ५४ क्ष = ३५० या समीक

मत काय आहे?

उत्तर, क्ष = १४.९५४०७

क्ष^{४} - ३ क्ष^{३} - ७५ क्ष = १०००० या समी

मत काय आहे?

उत्तर, क्ष = १०.२८४७२४

र क्ष^{४} - १६ क्ष^{३} + ४० क्ष^{२} - ३० क्ष = -१ या

र, क्ष=१·२८४७२४

-२ क्ष³+४ क्ष²+५क्ष=

ची किंमत काय आहे?

त्तर, क्ष=८·४१४४४५

६७८९ या समीकरणांत

त्तर, क्ष=८·६४००२६८

११ क्ष²-३ क्ष=११ या समी

आहे?

उत्तर, क्ष=१·८३७५५

१ क्ष+१)²-(क्ष²-४ क्ष१

ीकरणांत क्ष ची किंमत

त्तर, क्ष=१८·३६०८७७

णकरायाचीकार्डानाची

ति.

हाय्यानें घनादिसमीकरणाचें

सामान्य रीति फार उपयोगी

ाहे–परंतु घनसमीकरणांचेंच मूळ का-
ानें विशेष रीति दुसरी केली आहे, ती
तों. कारण, कदाचित् कोणी या रीती वरू
ास इछील तरीं चिंता नाहीं.

नें पृथक्करण करणें तर घनसमीकरणास
पाहिजे तें हें होय. ह्मणजे, झ^{3} * अझ
दुसरें पद किंवा दुसरे घाताचें पद त्यांत न
तां कोणतेही घनसमीकरणास त्याचें रू
. जसें, क्ष^{3} + पक्ष^{2} + कक्ष = र. ह्मण-
पदास वेळाप्रकाशक नाहीं असें. तर दुस
तेथून घालविलें पाहिजे त्याची रीति $\frac{1}{3}$ प
दाचे वेळाप्रकाशकाचा $\frac{1}{3}$ घेऊन त्यास
आणि कोणतेही दुसरे अव्यक्ताशीं जोड़ा
या प्रमाणें होईल. झ – $\frac{1}{3}$ प नंतर सांगि
ातं अव्यक्त क्षचे स्थळीं ठेवावें. ह्मणजे ए
ल संक्षेप रूपाचें समीकरण उत्पन्न होईल.
ब हें रूप कार्डानाचे रीतीनें पृथक्करण क
ाहिजे. आतां यांत क = $\frac{1}{3}$ अ आणि ड=
तील तर संक्षेप समीकरणास हें पूर्वींचें
* ३ कझ = २ ड.
आणि ड यांच्या दोन किंमती यापुढील

—√(ढ³+कं)

क
—
+√(ढ³+कं) } *

…न ह्रं * अ ह्र = ब या
…वटीं क्ष = ह्र − २ प घे.

…ही मूळ दोन भागांचें आहे. ह्मणजे
…ज सांगितले समीकरणांत ह्रचे स्थ

…) = ब.
…— अ. आतां पूर्वसमीकरणांत १क्षय
…णाचें हें रूप होईल. क्षं + यं = ब. आ
…ण ह्मणजे क्षय = − २ अ याची चौप
…— २ क्षं यं + यं = बं + ह्ह अं. नंतर याचें
…हें समीकरण क्षं + यं = ब या पूर्वसमी
…ा बाकी करून हीं दोन समीकरणें उ

…+ √(२ ब)² + (२ अ)²
…+ √(२ ब)² + (२ अ)² } अथवा

… १ दोन यांणीं भागून घनमूळ घेऊन

…या दोहोंची बेरीज बरचे सारणी कोष्टक

…न दुसरीं पदें समछेद केल्यापासून
… सारणी कोष्टकाचे किंमती बराबर

कंमत $\text{क्ष}^{३}+\text{प}\,\text{क्ष}^{२}+\text{क}\,\text{क्ष}=\text{र}$ या समीकर
होईल.

सांगितले समीकरणाचें एकमूळ निघाल्या
समीकरण पूर्वरीतीनें एक घात कमीकरून
उत्पन्न होईल. त्याचे वर्गपूरण रीतीनें राहि
न्न होतील.

ज्हां अ किंवा क हा वेळा प्रकाशक ऋण आ
ड वर्गाहून अधिक आहे तर हा प्रकार मू
यशः अशक्त आहे.

$\text{क्ष}^{३}-६\,\text{क्ष}^{२}+१०\,\text{क्ष}=८$ या समीकरणा
ठं काय आहेत?

सरें पद घालवावयाकरितां त्याचा वेळाप्रका
ाचा तृतीय भाग−२ आहे. याजकरितां क्ष=
तर

$$\text{क्ष}^{३} = \text{ज्ञ}^{३}+६\,\text{ज्ञ}^{२}+१२\,\text{ज्ञ}+८$$
$$\text{क्ष}^{२} = -६\,\text{ज्ञ}^{२}-२४\,\text{ज्ञ}-२४$$
$$\text{क्ष} = +१०\,\text{ज्ञ}+२०$$

$$\text{ज्ञ}^{३} * -२\,\text{ज्ञ}+४=८$$

अथवा $\text{ज्ञ}^{३} * -२\,\text{ज्ञ}=४$

आणि ब = ४ याजकरितां $\text{क} = -\frac{२}{३}$
याजकरितां

$२-\sqrt{\frac{२९९}{२८}}=\sqrt{२-\frac{१०}{९}\sqrt{३}}=०.४२२३५$

स ची किंमत आहे. ह्मणजे

२=४ हें $क्ष^३-६क्ष^२+१०क्ष=८$

है.

करितां २५१ वें पृष्ठावरील री

$क्ष-८(क्ष^२-२क्ष+२=०$

स

क्ष

क्ष-८

क्ष-८

*

क्ष = -२

क्ष+१=-१

$क्ष-१=\pm\sqrt{-१}$

$क्ष=१\pm\sqrt{-१}$

$क्ष=१-\sqrt{-१}$ हीं क्ष चीं इ-

२७क्ष = ३० या समीकरणांत वे

त?

क्ष = १ अथवा = १ + √-१ अथवा = १ - √-१

क्ष³ + १४ क्ष = २० या समीकरणांत

हेत?

= ५ अथवा = १ + √-१ अथवा = १ - √-१

ळव्याज.

ं कितीही मुदतीनें व्याज मुद्दल
माणांत आहे. याजकरितां एकव-
ोणतेंही मुद्दल आणि त्याच्या मुद
व हीं तीन परस्पर गुणून तो गुणा
ांचें व्याज होईल. ह्मणजे जर
कवर्षाचे व्याजाचा दर असेल.
ेल.
ा असेल.
णजे व्याज आणि मुद्दल मिळू

दतींचे व्याज होईल. याजकरितां.
+ रत) = अ ही व्याज मुद्दल

सरें समीकरण अल्यायासें
पदांच्या किंमती समजांत
प्रमाणें त्यांस एकत्र करितों.
हें व्याजमुद्दल.
मुद्दल.
व्याजाचा दर.
मुदती.
सरळ व्याजाचे दरानें कोणतें
मुदती असाव्या?
समीकरण कामांत घेतलें पा
त. यांत अ=२प. ह्मणजे,
ठेविली पाहिजे. तर २प=प+
अथवा, रत=१ याजकरितां

ं एकवर्षाचें व्याज आहे. या
ल दुपट होण्यास त मुदती
ी मुद्दल त्याचे एकवर्षाचे व्या
ुदती भागाकार होय. अशानें
५रुपये असेल, तर मुद्दल
र्षं असावीं. अथवा चौथे स-

मुदती सत्वर कळतील. $न = \frac{अ-प}{पर} = \frac{२प-प}{पर}$
प्रमाणें बराबर आहे.

चक्रवाढव्याज.

ढ व्याजांत येतात ह्मणजे,

याचा एकवर्षाचे व्याजाचा दर.
ुद्दल रास.

क्रवाढव्याजांत दुसरे एक पद येतें.
चें गुणोत्तर. तें हें आहे कीं, एकरुपया
ा मुद्दल. हें पद दाखवाया करितां च
ह्मणजे, $च = १ + र$. हें एक रुपयाचें
ुद्दल दाखवितें. तेव्हां वेगळाले मुदतींचें
नें तपशील करितां कळतें. जसें,
ातेही मुदतीचे व्याज मुदलास आहे,
ीतलें मुद्दल— त्या मुदतीचे त्याचे व्या
ह्मणजे,
च : : प : पच. हें एकवर्षाचें व्याज

ः पचे. हें दुसरे वर्षाचें व्या

ः पचे. हें तिसरें वर्षाचें व्या

पर्च्त = अ हें व्याज मुद्दल
गापासून हें सामान्य समीक

ें व्याजमुद्दल.

ें मुद्दल.

हें गुणोत्तर

$\frac{\text{ला०प}}{\text{च}}$

क पद निघेल, जर राहिलीं ती

रायाची इच्छा आहे, तेव्हां अया
लमात्र वजाकरावें. म्हणजे बा

मुद्दल सांगितलें चक्रवाढ व्या
कती मुद्ती असाव्या? तर हें स
रण कामांत घेतलें पाहिजे. पर

केता प्रमाणें अ = २प तेव्हां या प्रमाणें

$$\frac{\text{—ला॰प}}{\text{ला॰च}} = \frac{\text{ला॰२प—ला॰प}}{\text{ला॰च}} = \frac{\text{ला॰२}}{\text{ला॰च}}$$

र्षांत १०० रुपयांस व्याजाचा दर ५ रुपये

+ ०५ = १·०५ याजकरितां.

$$= \frac{\cdot ३०१०३०}{\cdot ०२११८९} = १४\cdot २०६७$$ हें जवळ जवळ

ही मुद्दल १४ $\frac{२}{९}$ वर्षांत दुपट होतें, दर

पंचोत्रा व्याज चक्रवाढीनें असेल त

सून आणि सरळ व्याजांत या सारिखे प्र

सून वेगळालें मुद्दल दुपट होण्यास रसर

चक्रवाढ व्याजानें किती किती मुदती

यास कोष्टक लिहितों.

…ळव्याज	चक्रवाढ व्याज.
५०	३५·००२८
४०	२८·०७०१
३३ १/३	२३·४४९८
२८ ४/७	२०·१४८८
२५	१७·६९३०
२२ २/९	१५·७४७५
२० [illegible]	१४·२०६७
१६ २/३	११·८९५७
१४ २/७	१०·२४४८
१२ १/२	९·००६५
११ १/९	८·०४३२
१०	७·२७२५

…ाप्यानें वेगळाले दरानीं वे
…ाचा हिसाब करायास फा

ाचें व्याज मुद्दल कितीही वर्षांचे संख्येनें.

३ १/२	४	४ १/२	५	६
०३५०	१·०४००	१·०४५०	१·०५००	१·०६००
०७१२	१·०८१६	१·०९२०	१·१०२५	१·१२३६
१०८७	१·१२४९	१·१४१२	१·१५७६	१·१९१०
१४७५	१·१६९९	१·१९२५	१·२१५५	१·२६२५
१८७७	१·२१६७	१·२४६२	१·२७६३	१·३३८२
२२९३	१·२६५३	१·३०२३	१·३४०१	१·४१८५
२७२३	१·३१५९	१·३६०९	१·४०७१	१·५०३६
३१६८	१·३६८६	१·४२२१	१·४७७५	१·५९३८
३६२९	१·४२३३	१·४८६१	१·५५१३	१·६८९५
४१०६	१·४८०२	१·५५३०	१·६२८९	१·७९०९
४६००	१·५३९५	१·६२२९	१·७१०३	१·८९८३
५१११	१·६०१०	१·६९५९	१·७९५९	२·०१२२
५६४०	१·६६५१	१·७७२२	१·८८५६	२·१३२९
६१८७	१·७३१७	१·८५१९	१·९७९९	२·२६०९
६७५३	१·८००९	१·९३५३	२·०७८९	२·३९६६
७३४०	१·८७३०	२·०२२४	२·१८२९	२·५४०४
७९४७	१·९४७९	२·११३४	२·२९२०	२·६९२८
८५७५	२·०२५८	२·२०८५	२·४०६६	२·८५४३
९२२५	२·१०६८	२·३०७९	१·५२७०	३·०२५६
९८९८	२·१९११	२·४११७	२·६५३३	३·२०७१

. किंवा एक रुपयाचें व्याज
कोणतेही मुद्लाचें व्याज
ुद्तीचें करायाचें, जीमुदत

यये मुद्दल यास दरसाल दर
१५ वर्षांत चक्रवाढीनें व्याज

ांत ५ यांचे दराखालीं एकरु
आहे. तें २०७८९ यास सां

हें व्याजमुद्दल रुपये रास.

ा०   रे०
२ . . . ५८ हें व्याजमुद्दल.

---

२ ५८ हें व्याज.

प. जेव्हां व्याजाचा दर वर्षाचे कांहीं भागा
अर्धवर्ष, पाववर्ष, इत्यादि. तेव्हां पण हीच री
असें आहे तर, त त्या मुदती दाखवितो.
त्या मुदतीचें व्याज मुद्दल.

प. जेव्हां कोणतेही मुद्दलाचें चक्रवाढी
द्दल करायाचीइच्छा आहे तेव्हां तें या पुढी
ावें.

ति. जेव्हां मुदत एकवर्षाचा कोणताही
हे. पूर्वरीतीनें एकरुपयाचें एकवर्षाचें
ावें. नंतर ती मुदत वर्षाचा कितवा भाग
यास मूळ प्रकाशक करून तितकें मूळ घ्या
दतीचें एकरुपयाचें व्याज मुद्दल झालें.
दलीनें गुणावें, ह्मणजे इच्छिलेल्या मुद
झालें.

ती. जेव्हां मुदत वर्षाचा कोणताही बरा
व्हां सांगितले मुदतीचे दिवस करावे
चें एकवर्षाचें व्याज मुद्दल आहे, त्यास
प्रकाशक करून तितकें मूळ घ्यावें. तें
एकदिवसाचें व्याज मुद्दल झालें. मग
ीचे दिवस संख्या घातपर्यंत वाढवा

ळानें गुणावें, तो गुणाकार
कामाचा तपशील करितें
ागीं पडेल.

ते.

त ऐसाजे जो पैक्याचा लाभ
कर्जाचें व्याज, घर भूमि इ-
तन, वर्षासन, आणि बाळ
मुदतीचे मुदतीस पावतात.
दतीवर आहेत. या सर्वलाभां

नाहे. वर्तमान आणि भवि-
ा पैका हातीं येण्यास आरं
ष्य प्राप्ति ह्मणजे पैका हातीं ये
परंतु कांहीं मुदतीनें किंवा कां
झाल्यावर निश्चित हातीं ये-

र्षे अवरुद्ध आहे. ह्मणून पै-

तीस अवरुद्ध प्राप्ति ह्मणतात.

द दोन आहेत. सावधि आणि निरवधि. सा

ज्या प्राप्तीस काल मर्यादा आहे. ५ वर्षे,

निरवधि प्राप्ति ह्मणजे ज्या प्राप्तीस काळम-

ड निरंतर चालणारी.

ाज मुद्दल ह्मणजे अवरुद्ध प्राप्तीचें तित

आणि मुद्दल यांची बेरीज.

र्तमान किंमत ह्मणजे प्राप्तीचा आधार

पैका एका एकीं देण्यास घेण्यास योग्य

.

द्ध प्राप्तीची वर्षसंख्या.

नयाचें एकवर्षाचें व्याज मुद्दल.

ं व्याज मुद्दल.

ी वर्तमान किंमत.

कल्पीं अक्षर लिहिलें

शीची वर्तमान किंमत १ आहे. याजकरि

तीही दुसरी राशि जसा अ याची किं

ा : भ/व ही अ ची वर्तमान किंमत, जीए

.

: भ/व² ही अ ची वर्तमान किंमत जी दोन

ही. $\frac{अ}{च^{3}}$, $\frac{अ}{च^{4}}$, $\frac{अ}{च^{5}}$ इत्यादि. या
ती ३, ४, ५ इत्यादि वर्षां
या सर्वांची बेरीज.

$+ \frac{अ}{च^{3}} + \frac{अ}{च^{4}} + \frac{अ}{च^{5}}$ इत्यादि.

$+ \frac{1}{च^{3}} + \frac{1}{च^{4}} + \frac{1}{च^{5}}) \times अ$ हीवे
ख्येचे प्राप्तीची वर्तमान किंम
ाप्तीची किंमत या श्रेणीची अ
. परंतु सत्वर दिसतें कीं ही
ाहे. जिचें प्रथमपद $\frac{1}{च}$ गुणो
हे. याजकरितां या श्रेढीचें सर्व

$\times अ = \frac{च^{न}-1}{च-1} \times \frac{अ}{च^{न}}$

आहे. तेह्मां न गच्छ अनंत आ
आहे. याजकरितां हें पद $\frac{1}{च} = 0$
$\frac{1}{च^{न}}$ हें ही = ० आहे. यापासून क
हें रूप होतें, $व = \frac{अ}{च-1}$ ह्मण
पयाचे एकवर्षाचे व्याजानें भा
प्राप्तीची किंमत होतो.

जर व्याजाचा दर शंभरांस पांचोत्रा असेल
५ = २० अ हा निरवधिप्राप्तीची किंमत शें
ाजाचे दरानें आहे. आणि १०० अ ÷ ४=२५
प्राप्तीची किंमत शेंकडा ४ रुपये व्याजाच्या
ाणि १०० अ ÷ ३ = ३३ $\frac{१}{३}$ अ ही निरवधि
३ रुपये व्याजाचे दरानें आहे इत्यादि.
रुपयाचें न वर्षांत व्याज मुद्दल = $च^{न}$ आ
$व^{न}$−१ ही त्या मुद्दलावर वृद्धी झाली. परंतु
ं व्याज किंवा प्राप्ती जी त्या वृद्धिवर आहे.
ाजकरितां.

−१ : $च^{न}$−१ : : अ : म. ह्मणजे.
आतां अवरुद्ध प्राप्तीस जे वेगळाले प्र
ते या पूर्वसमीकरणापासून निघती

$$\times अ = व च^{न}$$

$$\times \frac{अ}{च} = \frac{म}{च}$$

$$म = \frac{च-१}{च^{न}-१} \times व च^{न}$$

$$-ला\circ व = \frac{मच-म+अ}{ला\circ \quad अ}$$
$$\circ च \qquad\qquad ला\circ र$$

$$-ला\circ व$$

र भविष्यप्राप्तीची वर्तमान किं

वितों. आणि हें याप्रमाणें उ

वजा बाकी करून त्यांत प

$\frac{१}{१} \times \frac{ए}{२}$

वें व्याज मुद्दल आणि वर्तमा

१ वर्षे पर्यंत या पुढील दा

नें निघेल.

प्रथम कोष्टक.

...ामीचें चक्रवाढ व्याजानें व्याज मुद्दल.

...कडा ...३½ प्र.	दरशेंकडा रुपये ४ प्र.	दरशेंकडा रुपये ४½ प्र.	दरशेंकडा रुपये ५ प्र.	दरशेंकडा रुपये ६ प्र.
...००	१·००००	१·००००	१·००००	१·००००
...५०	२·०४००	२·०४५०	२·०५००	२·०६००
...६२	३·१२१६	३·१३७०	३·१५२५	३·१८३६
...८१	४·२४६५	४·२७८२	४·३१०१	४·३७४६
...५	५·४१६३	५·४७०७	५·५२५६	५·६३७१
...२	६·६३३०	६·७१६९	६·८०१९	६·९७५३
...४	७·८९८३	८·०१९२	८·१४२०	८·३९३८
...०	९·२१४२	९·३८००	९·५४९१	९·८९७५
...	१०·५८२८	१०·८०२१	११·०२६६	११·४९१३
...	१२·००६१	१२·२८८२	१२·५७७९	१३·१८०८
...	१३·४८६४	१३·८४११	१४·२०६८	१४·९७१६
...	१५·०२५८	१५·४६४०	१५·९१७१	१६·८६९९
...	१६·६२६८	१७·१५९९	१७·७१३०	१८·८८२१
...	१८·२९१९	१८·९३२१	१९·५९८६	२१·०१५१
...	२०·०२३६	२०·७८४१	२१·५७८६	२३·२७६०
...	२१·८२४५	२२·७१९३	२३·६५७५	२५·६७२५
...	२३·६९७५	२४·७४१६	२५·८४०४	२८·२१२९
...	२५·६४५४	२६·८५५१	२८·१३२४	३०·९०५६
...	२७·६७१२	२९·०६३६	३०·५३९०	३३·७६००
...	२९·७७८१	३१·३७१४	३३·०६६०	३६·७८५५
...	३१·९६९२	३३·७८३१	३५·७१९३	३९·९९२७

…जानें वर्तमान किंमत.

…कडा …प्र०	दरशेंकडा रुपये ४॥प्र०	दरशेंकडा रुपये ५प्र०	दरशेंकडा रुपये ६प्र०
…१५	०·९५६९	०·९५२४	०·९४३४
…६९	१·८७२७	१·८५९४	१·८३३४
…०९	२·७४९०	२·७२३३	२·६७३०
…९९०	३·५८७५	३·५४६०	३·४६५१
…१८२	४·३९००	४·३२९५	४·२१२४
…४२१	५·१५७९	५·०७५७	४·९१७३
…०२०	५·८९२७	५·७८६४	५·५८२४
…३२७	६·५९५९	६·४६३२	६·२०९८
…३५३	७·२६८८	७·१०७८	६·८०१७
…१०९	७·९१२७	७·७२१७	७·३६०१
…६०५	८·५२८९	८·३०६४	७·८८६९
…८५१	९·११८६	८·८६३३	८·३८३८
…८५७	९·६८२९	९·३९३६	८·८५२७
…६३१	१०·२२२८	९·८९८६	९·२९५०
…११८४	१०·७३९६	१०·३७९७	९·७१२३
…६५२३	११·२३४०	१०·८३७८	१०·१०५९
…६५७	११·७०७२	११·२७४१	१०·४७७३
…६५९३	१२·१६००	११·६८९६	१०·८२७६
…१३३९	१२·५९३३	१२·०८५३	११·१५८१
…५९०३	१३·००७९	१२·४६२२	११·४६९९
…०२९१	१३·४०४७	१२·८२१२	११·७६४१

प्राप्तीचे कितीएक सांगितले वर्षांचें सांगित
तें व्याज मुद्दल काढायाचें.

ष्टकांतून सांगितले वर्षांचें सांगितले व्या
रुपयाचें व्याज मुद्दल काढावें. आणि तें
नें गुणावें. तो गुणाकार सांगितलें प्राप्ती
र्षिचें त्या दरानें व्याज मुद्दल होईल. त्याची
तां वर्षं आणि दर निघेल.

५०० रुपये दर वर्षाची प्राप्ती. कांहीं नि
पर्यंत बंद राहिली असतां चक्रवाढ व्याज
ाल रुपये ३½ प्रमाणें तितक्या वर्षांचें व्या
ोईल?

मकोष्टकांत वर्षाखालीं २० चें ओळींत रु
ालीं एकरुपयाचें व्याज मुद्दल २८.२७९७
यांणीं गुणून झाला गुणाकार १४१३९.८५
रुपये २ पावले ४० रेंस हें इछिलें व्याज मु-

सांगितले प्राप्तीची सांगितलीं वर्षे पर्यंत
र्तमान किंमत काढायाची.

कांतून पूर्वप्रमाणें एकरुपयाची वर्तमा
ी. आणि ती सांगितले प्राप्तीनें गुणावी.

त होईल.

दर वर्षाची प्राप्ति वर्षे २०प

रशेंकडा रुपये ३३ चक्रवा

मत काय होईल?

वर्षाखाली २० चे ओळींत

याची वर्तमान किंमत —

णीं गुणून झाला गुणाकार

ये० पावले ८० रेंस ही इछिली

र.

र्षानंतर प्रतिवर्षी २०० रुप

दिवसापासून ११ वर्षे पर्यंत

२१ वर्षांनीं बंद होईल. तर

दर शेंकडा दरवर्षास ४ रुप

काय होईल?

त दोन मुदतीच्या बरोबर

ी काढून त्यांची वजाबाकी क

ीले दोन किंमतींची वजाबाकी

ीतले प्राप्तीनें गुणावी, ती गु

मत होईल.

त २१ वर्षांची वर्तमान किंमत १४·०२९२
ची वर्तमान किंमत ८·११०९

वजाबाकी ५·९१८३

२००

११८३·६६००

४

२·६४००
१००

६४·००००

ये २ पावलं ६४ रेंस, इतकी वर्तमान किं